
Wladimir Ljowschin
Fregatten-kapitän Eins

Levšin, Vladimir A.

Wladimir Ljowschin

Fregatten-kapitän Eins

Aufzeichnungen aus dem eigenhändig von Klein-Null auf der Fahrt durch die Meere und Ozeane der Arithmetik, Algebra und Geometrie verfaßten Logbuch

---

Illustrationen von Wladimir Lewinsson



Raduga-Verlag
Moskau

Originaltitel:
Владимир Лёвшин
Фрегат капитана Единицы

Aus dem Russischen von *Thea-Marianne Bobrowski*
Kontrollredaktion der Übersetzung: *E. Tomarowskaja*
Lektor: *M. Tolstowa*

Gedruckt in der UdSSR
Best.-Nr. 298 732 5

Für Kinder von 7 Jahren an

Inhalt

Über den Verfasser

Ihr schlagt ein Buch von Wladimir Ljowschin auf. Wenn ihr den Titel lest, merkt ihr sicherlich sofort, daß der Verfasser etwas mit Mathematik zu tun hat, sonst würde er nicht über die Mathematik schreiben. Außerdem hat er ein Herz für Kinder, sonst würde er nicht für Kinder über Mathematik schreiben. Beim Lesen dieses Buchs wird sich dann ein jeder von euch davon überzeugen können, daß Wladimir Ljowschin nicht nur ein vielseitig gebildeter, sondern auch ein geistreicher, gütiger, fröhlicher, wissensdurstiger und einfallsreicher Mann ist. Daß unter seiner Feder die trockene Wissenschaft von den Zahlen Leben annimmt, interessant und verständlich wird. Vor allem aber werdet ihr spüren, daß der Verfasser, als er dieses Buch schrieb, selbst Kind geblieben ist, daß er mit den Jahren nicht die kindliche Fähigkeit zu staunen und sich zu freuen verloren hat und stets gern mitlacht, wenn jemand einen hübschen Ulk oder ein interessantes Spiel ausheckt.

Jahrelang verliefen zwei Wege, die sein Leben bestimmen sollten — Mathematik und Literatur —, nebeneinander wie Gleise, die sich nicht kreuzen und einander nicht berühren. Ungefähr vierzig Jahre lang unterrichtete Wladimir Ljowschin an führenden Moskauer Hochschulen, wo er seine glänzenden Mathematikvorlesungen hielt.

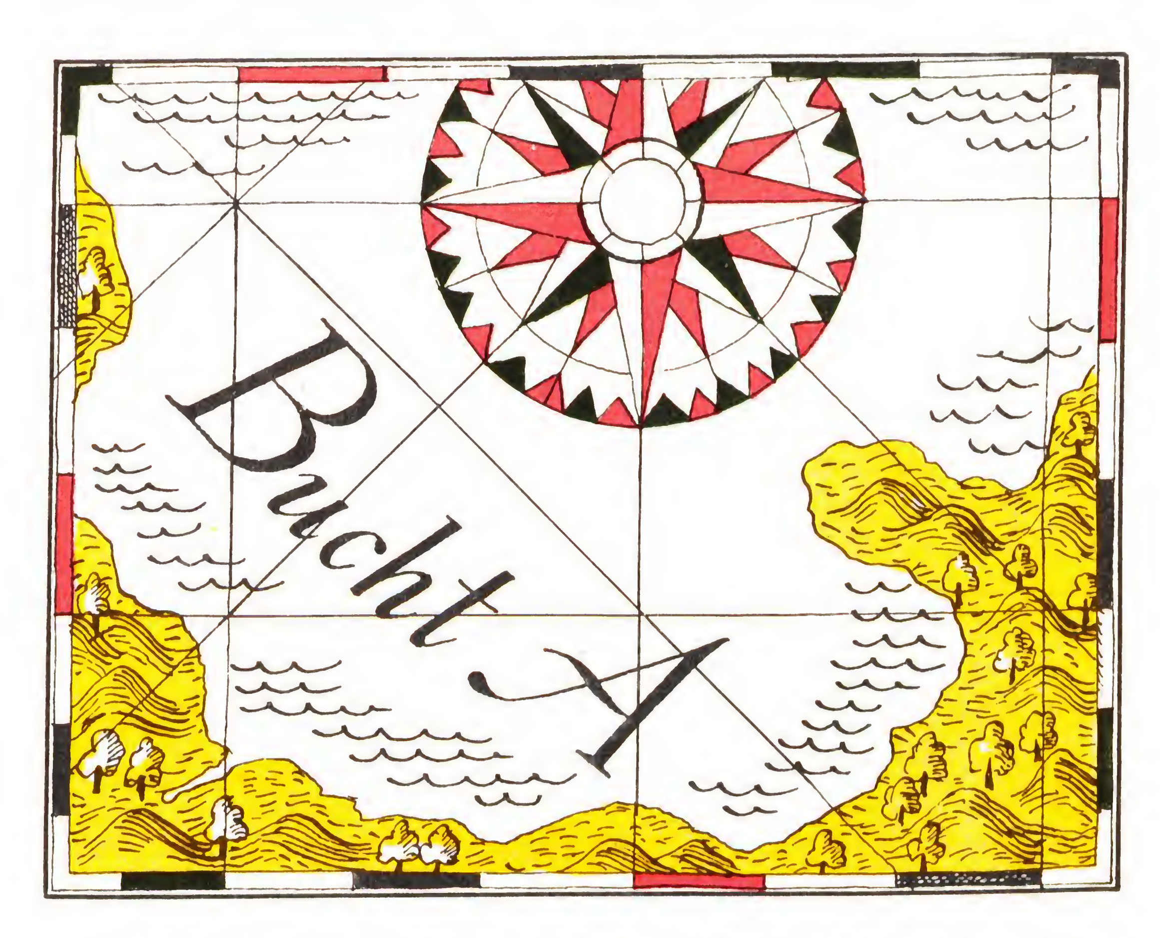
Dann schrieb er ein Kindermärchen über Kater Prahlhans. Das Märchen wurde als Hörspiel ausgesendet. Es folgte eine Schallplattenaufnahme. Schließlich lernte Wladimir Ljowschin einen klugen Mann kennen, der zu ihm sagte: „Sie sind Mathematiker. Sie schreiben für Kinder. Warum schreiben Sie eigentlich nicht über die Mathematik für Kinder?“

Seit diesem Tag gingen Mathematik und Literatur im Leben von Wladimir Ljowschin Hand in Hand einher. Ein Buch nach dem anderen erschien: „Drei Tage in Knirpsenland“, „Die schwarze Maske von Al-Gebra“, „Fregattenkapitän Eins“, „Magister der zerstreuten Wissenschaften“, „Auf der Suche nach ungewöhnlichen Autographen“, „Im Zahlenlabyrinth“, „Fundbüro für verlorene Zahlen“ ... Er erhielt Berge von Leserzuschriften. Kinder, Eltern und Pädagogen schrieben ihm.

Allein der Gedanke ist traurig, daß Wladimir Ljowschin keine Briefe mehr lesen und keine Neuauflagen seiner Märchen mehr erblicken wird. Die Schriftsteller gehen von uns, doch ihre Bücher bleiben. Hoffen wir, daß den Büchern von Wladimir Ljowschin ein langes Leben beschieden sein möge.

25. März 1985, Moskau — Emilija Alexandrowa

ABFAHRT



Ich bin in großer Eile, deshalb mache ich es kurz. Ich mache es immer kurz. Wer ich bin? Ich bin Klein-Null, und meine Mutter ist die Acht (sie liebt mich sehr und ich liebe sie auch sehr). Wir leben in Arabella, der Hauptstadt des Arithmetikstaats Knirpsenland. Es wird euch sicher interessieren, wer mir geholfen hat, auf die Fregatte von Kapitän Eins zu kommen? Keiner! Nur mein Mut. Ich bin ungeheuer mutig. Sechsmal hatte ich schon den Hörer abgenommen, konnte mich aber immer nicht entschließen, den Kapitän anzurufen. Beim siebenten Mal wählte ich mutig seine Nummer und sagte:

„Guten Tag, Kapitän Eins! Ich habe gehört, daß Sie morgen, am ersten Nullten, in See stechen. Bitte, nehmen Sie mich mit. Ich bin noch niemals zur See gefahren, und stelle mir das sehr lustig vor!"

„Erstens einmal", erwiderte der Hörer, „warum weckst du mich mitten in der Nacht? Nachts schlafe ich. Zweitens gehe ich morgen tatsächlich auf Fahrt. Drittens wird das nicht nur lustig, sondern auch schwer. Viertens wird es dir deine Mutter niemals erlauben, in diesen Strudel

unwahrscheinlicher Gefahren, unerhörter Entbehrungen und harter Kämpfe zu springen! Natürlich erwarten uns außer Gefahren, Entbehrungen und Kämpfen auch zauberhafte Entdeckungen. Aber ohne Einverständnis deiner Mutter nehme ich dich keinesfalls mit."

Zum Glück bin ich nicht nur mutig, sondern auch schlagfertig. Deshalb antwortete ich:

„Größter aller Kapitäne, meine Mutter, Frau Acht, bittet Sie selber von Herzen, mich mitzunehmen. Sie sagt, daß sie so einem erfahrenen, berühmten und tapferen Kapitän, wie Sie es sind, sogar mich anvertrauen kann. Sie bittet Sie darum."

„Na, wenn deine Mutter selbst ... das ist etwas anderes! Ich bin glücklich, ihr diesen Dienst erweisen zu dürfen. Sei's drum, ich mustere dich als Schiffsjunge an. Aber du wirst anständig arbeiten müssen! Auf meiner Fregatte dulde ich keine Faulpelze! Und nun gute Nacht!"

„Warten Sie!" rief ich. „Sie haben ja das Wichtigste nicht gesagt — wohin geht eigentlich die Fahrt?"

„Das ist ein Geheimnis! Aber dir, mein Schiffsjunge, will ich es anvertrauen. Wir fahren durch die Meere und Ozeane der Arithmetik, Algebra und Geometrie. Wir werden auf der Reede liegen, werden bei Gezeiten Bais und Meerengen passieren, werden Häfen und Buchten anlaufen ..."

Ich fragte, wo seine Fregatte jetzt stände.

„In der Bucht A", entgegnete der Kapitän. „Aber nicht am Buchstaben A, sondern in der Bucht. Und überhaupt, störe mich nicht im Schlaf. Grüß deine Mutter."

Eins war getan. Den Kapitän hatte ich überredet. Blieb noch eine Kleinigkeit — Mutter zu überreden. Ich weckte sie sofort. Mutter erschrak, sie dachte, ich sei krank geworden, aber ich ratterte in einem Atemzug herunter, daß ich absolut gesund sei, daß soeben Kapitän Eins angerufen habe, sie nicht wecken wollte, daß er Sorgen habe, weil sein Schiffsjunge erkrankt sei, daß der Kapitän förmlich darum flehe, mich auf Fahrt mitnehmen zu dürfen, daß ich aber dem Kapitän gesagt habe, daß Mutter niemals ihre Einwilligung dazu geben würde ... Puh!

„Na hör mal!" Mutter schlug die Hände über dem Kopf zusammen. „Wie kann ich es dir verbieten, wenn der Kapitän darum bittet? Aber wie soll ich dich allein auf so eine gefährliche Seefahrt lassen? Was soll ich bloß machen?"

Mutter rief sofort den Kapitän an, weckte ihn noch einmal und dankte ihm wortreich für seine Fürsorge, und der Kapitän dankte Mutter wortreich für ihr Vertrauen. So bin ich auf die Fregatte gekommen. Ihr findet, ich habe unrecht gehandelt und werde dafür noch büßen müssen? Was tun, die Wissenschaft fordert Opfer!

Bis zum Ablegen sind ein paar Minuten geblieben. Mutter winkt mir

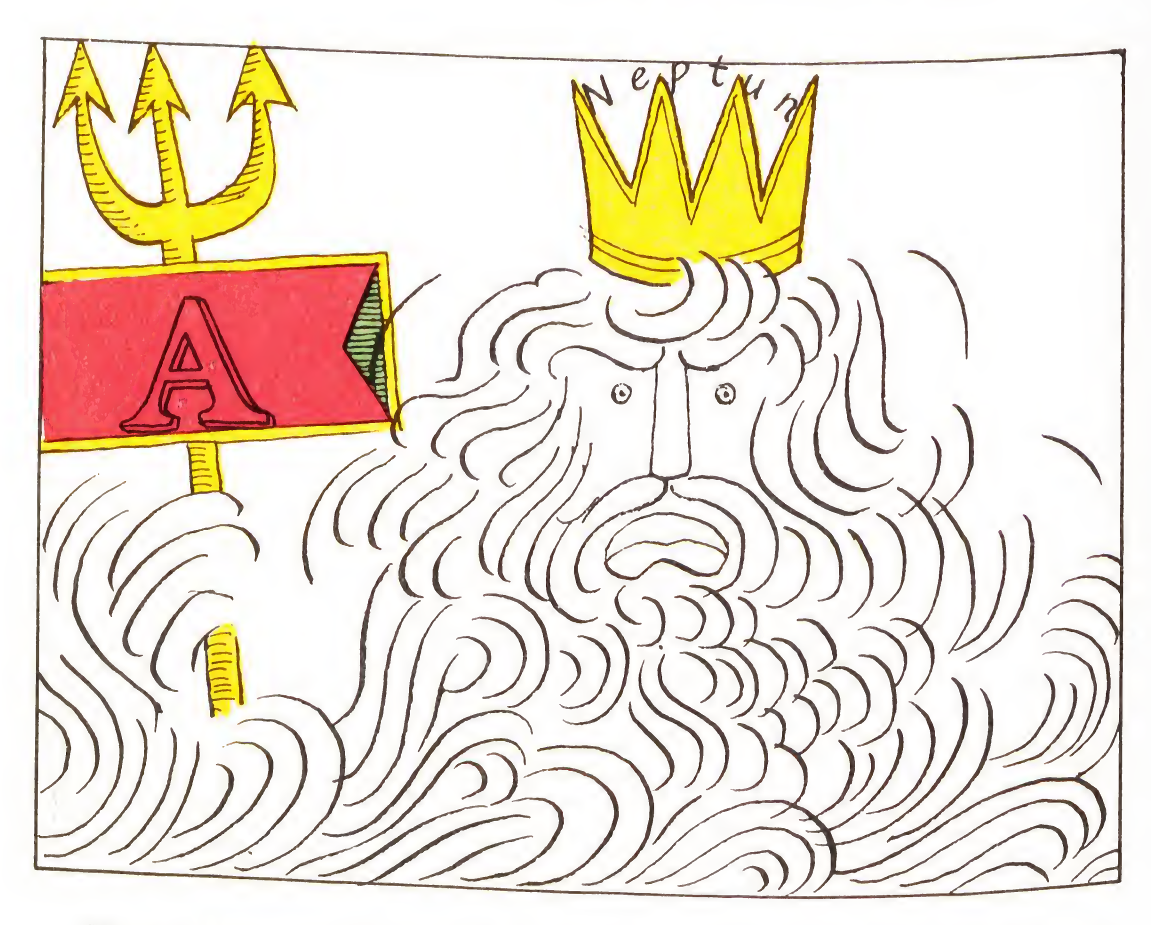
vom Kai und wischt sich die Augen. Weine nicht, Mutter! Leb wohl! Da gab Kapitän Eins den Befehl: „Leinen los!" und alle stimmten das Abschiedslied an:

„Unsre Fregatte lichtet die Anker.
Der Kapitän führt uns tapfer
Zu ungeahnten Entdeckungen,
Zu unerhörten Entdeckungen
In die Weiten des Ozeans,
In die Weiten des Ozeans!

Sturm und selbst Windstille halten stand
Die Zurrungen unsrer Fregatt'.
Wir fahren nicht weniger,
Nein, keineswegs weniger,
Trara-trara, als tausend Seemeilen,
Trara-trara, als tausend Seemeilen!
Ordnung muß sein
Unterwegs und daheim.
Unsere Fahrt fängt an,
Ja, unsere Fahrt fängt an
In der ersten Bucht A,
Ja, ja, in der Bucht A!"

Weshalb diese Bucht so heißt, weiß ich vorläufig noch nicht. Wenn ich es in Erfahrung bringe, trage ich es ins Logbuch ein. Ich soll nämlich das Logbuch führen. Aber ich bitte euch eindringlich, lest es langsam, nicht mehr als ein Kapitel am Tag, ebenso wie ich es geschrieben habe. Denn: Eile mit Weile!

BUCHT A
NEPTUN ZÜRNT



Kaum hatten wir also diese Leinen losgemacht, da beschloß ich, die Fregatte in Augenschein zu nehmen. Am meisten gefiel mir die Kanone. Wenn man aus der wenigstens ein einziges Mal feuern dürfte!

An der Kanone standen Kapitän Eins und Steuermann Ypsilon, die drehten da an irgendwas. Ich fragte, ob sie nicht Salut schießen wollten. Der Kapitän zuckte mit den Schultern und sagte, daß aus so einem Geschütz kein Salut geschossen werden kann: Es sei keine Kanone, sondern ein Teleskop. Und die Fregatte sei schließlich kein Kriegsschiff, sondern ein Schulschiff.

Ich hatte ganz vergessen, daß man hier lernen muß! Ich fragte den Kapitän, was er durchs Teleskop beobachtet.

„Die Telegrafenleitungen", gab der Kapitän zurück. „Ich will mich ein übriges Mal davon überzeugen, daß sie nicht durchhängen, sondern gerade Linien bilden, wie es sich für sie gehört. Weißt du eigentlich, was eine Gerade ist?"

Ich sagte, daß ich das weiß: Eine Gerade ist so eine Linie, die ... na eben

gerade ist. Der Kapitän war empört: Das sei keine Definition, sondern weiß der Hai was!

„Eine Gerade", mischte sich der Steuermann ein, „ist der kürzeste Abstand zwischen zwei Punkten."

„Nein", berichtigte der Kapitän, „der kürzeste Abstand zwischen zwei Punkten ist nur eine Strecke der Geraden. Die Gerade zieht sich unbegrenzt in beide Richtungen."

Ich nahm einen Bleistift und zeichnete direkt aufs Deck eine riesenlange Strecke. Doch der Kapitän sagte, daß meine Gerade überhaupt keine Gerade sei, sondern ...

Das sah ich selbst. Sie war krumm geworden, weil das Deck schwankte. Eigentlich kann ich gerade Linien zeichnen. Gerade wie die Seile, mit denen die Segel gespannt werden: Wenn man mit einem Geigenbogen drüberstreicht, summen sie wie Seiten!

„Das sind keine Seile!" Das Gesicht des Kapitäns verfinsterte sich, „sondern Wanten. Sie sind zu dick, um sie als Linien zu bezeichnen. Die Mathematiker bezeichnen etwas ganz anderes als eine Gerade. Wenn du eine richtige Gerade sehen willst, so schau dir hier mal die Telegrafendrähte an."

Ich sah zur Küste, konnte aber keine Leitungen entdecken, doch der Kapitän sagte, daß, wenn ich sie nicht sehen würde, es noch nicht bedeuten würde, daß sie nicht vorhanden sind. Er ließ mich durchs Teleskop blicken und ... so ein Witz! — zwischen den Masten waren tatsächlich hauchdünne Drähte gezogen! Der Kapitän sagte, daß sie keinen Durchmesser, sondern nur eine Länge hätten. Ohne dieses Zauberteleskop waren sie überhaupt nicht zu sehen, da konnte man sie sich nur vorstellen.

Aber wie halten sich die Drähte an den Masten? Wie sich herausstellte, werden sie wie alle Leitungen von Isolatoren gehalten, die ebenfalls nicht zu sehen sind. Denn die hiesigen Isolatoren sind mathematische Punkte. Sie besitzen weder Länge noch Breite, noch Stärke!

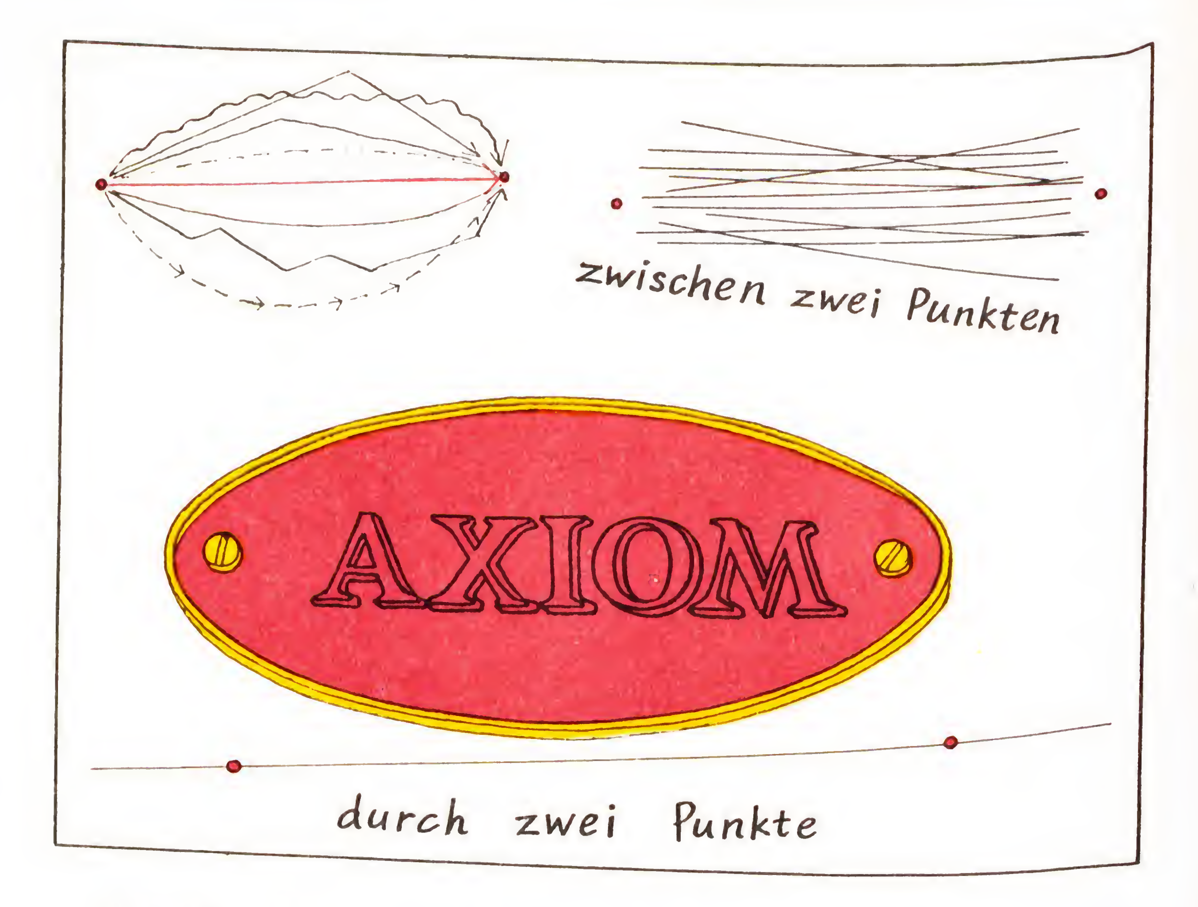
Der Kapitän drehte wieder an irgendwelchen Schräubchen und ich erblickte schließlich winzigkleine Punkte — die Isolatoren.

„Das haben Sie mir ja toll bewiesen ..." begann ich, verstummte aber sofort, weil der Kapitän sich plötzlich ganz seltsam benahm. Er rang die Hände, schnappte nach Luft und brachte lange kein Wort heraus, bis er endlich schrie:

„Ich habe dir überhaupt nichts bewie..., ich habe dir etwas ge... gezeigt!"

Da war was los! Aus heiterem Himmel fuhr ein Blitz, und Donner grollte. Die Fregatte geriet so ins Schleudern, daß ich beinahe ins Wasser gepurzelt wäre, das Wasser in der Bucht aber begann zu brodeln, und ein bärtiger alter Mann mit goldener Krone tauchte aus den Fluten auf. Er schwenkte eine Riesengabel und hätte mich fast ins Auge gepiekt.

„Wer will hier etwas bewei... und so weiter?" schrie er mit dröhnender Stimme. „Wer verletzt die Gesetze dieser Bucht?"



Kapitän und Steuermann fielen auf die Knie und huben, einander unterbrechend, zu klagen an:

„Majestät! Gebieter der Meere und Ozeane! Großer Neptun! Das war Klein-Null! Vergebt ihm! Er wird es nie wieder tun!"

Eine feine Bescherung! Nun hatte ich auch noch an allem schuld!

„Ja, ja, du!" fiel Neptun über mich her. „Ich habe verboten, in dieser Bucht das Wort bewei... und so weiter auszusprechen!"

„Weshalb, Meereshoheit?" fragte ich.

„Unheil über mich und über mein ganzes Unterwasserreich!" stöhnte der Alte. „Dieser Schiffsjunge weiß offenbar nicht, daß A die Abkürzung für Axiom-Bucht ist."

„Majestät", sagte der Kapitän. „Welchen Sinn hat es für ihn, daß er den Namen der Bucht kennt! Er hat doch keine Ahnung vom Axiom!"

Neptun kratzte sich mit der Gabel seinen Bart, brabbelte verärgert und verschwand unvermittelt im Wasser.

Als ich merkte, daß die Gefahr vorbei war, forderte ich vom Kapitän eine Erklärung, aber er sagte, daß er mir nichts erklären werde, bevor wir nicht die Axiom-Bucht verlassen hätten.

Nach ein paar Stunden rief er mich endlich und fragte, ob ich mit jemandem Freundschaft halten würde, der ohne jede Veranlassung einen Hund oder eine Katze quäle. Natürlich nicht. Würde ich aber einem Freund aus der Not helfen?

So eine Frage! Selbstverständlich! Keiner läßt schließlich seinen Freund in der Not im Stich. Das ist allen klar und erfordert keine Beweise!

„Eben, eben." Der Kapitän nickte erfreut. „Im Leben wird die Bedeutung des Wortes Axiom gerade so erklärt. Ein Axiom ist etwas Selbstverständliches und bedarf keines Beweises. Aber die Mathematik definiert das Axiom ein wenig anders. Die Wissenschaftler sind ein mißtrauisches und vorsichtiges Völkchen. Statt „Es *bedarf* keines Beweises" sagen sie: „Ein Axiom ist etwas, was wir ohne Beweis *hinnehmen*."

„Gehupft wie gesprungen! Ist doch dasselbe!"

„Du irrst", widersprach der Kapitän. „Das ist durchaus nicht dasselbe. Nach Auffassung der Mathematiker ist ein Axiom nicht etwas, was keines Beweises *bedarf*, sondern etwas, was man auf guten Glauben *annimmt*."

Ich fragte: Wie denken sich die Wissenschaftler diese Axiome aus? Wie sich herausstellte, denken sie sie sich nicht aus, sondern nehmen sie nach langen Beobachtungen und Versuchen hin.

„Jede Wissenschaft beginnt mit einem Axiom", schloß der Kapitän.

Deshalb haben wir also unsere Fahrt in der Bucht A begonnen! Alles fängt immer mit dem Anfang an!

Ich fragte den Kapitän, welches einfachste mathematische Axiom er kenne? Er antwortete, daß alle Axiome einfach seien und wollte seinerseits wissen, wie viele Geraden meiner Meinung nach durch zwei Punkte gehen. Ich vermutete, daß es wahrscheinlich nicht mehr als eine sein könne.

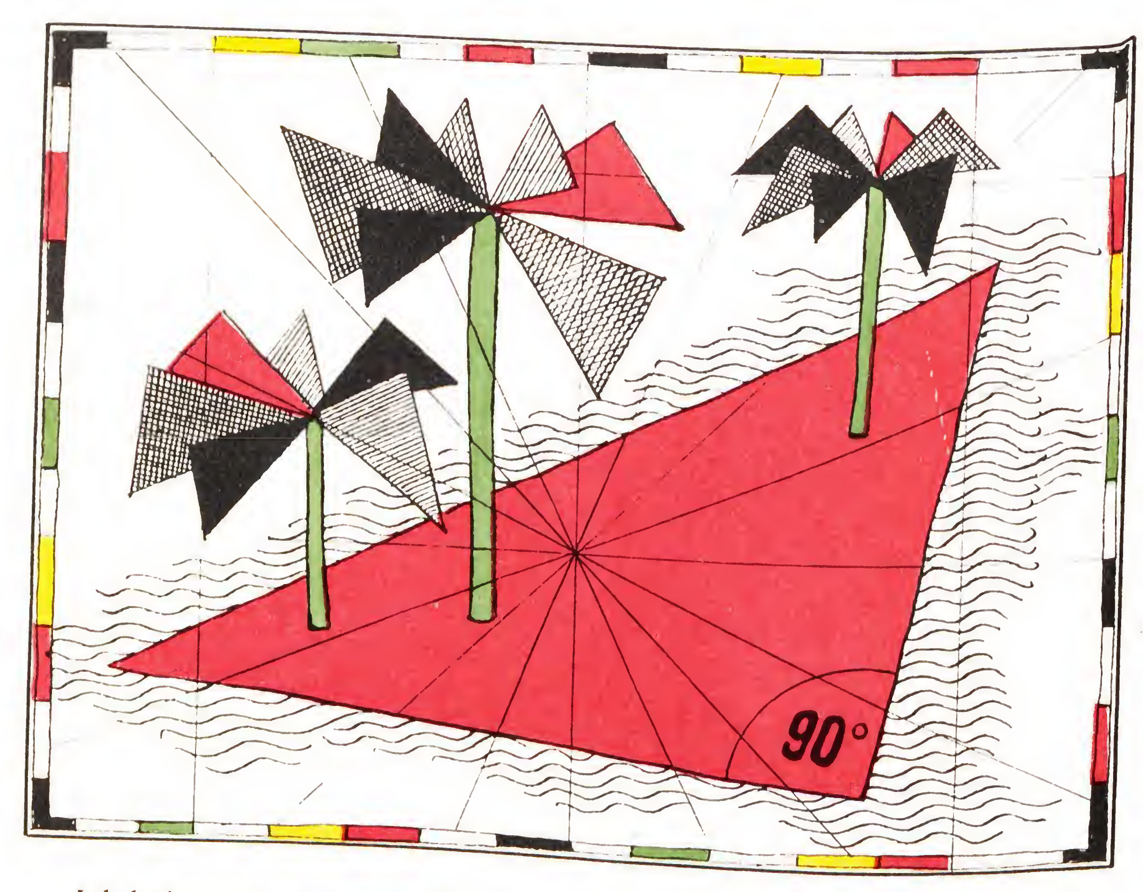
„Richtig! Das, was du eben gesagt hast, ist ein mathematisches Axiom", lobte mich der Kapitän. (Ich hab's gern, wenn ich gelobt werde!)

„Jetzt werde ich bis in alle Ewigkeit nicht mehr vergessen, daß zwischen zwei Punkten nur eine Gerade verlaufen kann", sagte ich erfreut. Aber ich freute mich zu früh. Denn in diesem Moment tauchte wieder der Steuermann Ypsilon auf und verkündete, daß ich Unsinn geredet hätte, und daß zwischen zwei Punkten nicht eine Gerade verlaufen kann, sondern so viel man will.

Er nahm einen Bogen Papier, zeichnete zwei Punkte darauf und zog dann *zwischen* ihnen fünfzehn Stück Geraden! Wie sich herausstellte, muß man nicht „**zwischen** zwei Punkten", sondern „**durch** zwei Punkte" sagen. Es ist doch sehr wichtig, die passenden Wörter zu benutzen, damit man richtig verstanden wird.

2. *Nullter*

EINE WAHRE LEGENDE



Ich habe einen Freund gefunden, den Schiffskoch. Er heißt Pi. Morgens gingen wir an Deck und erblickten eine kleine dreieckige Insel. Sie hatte drei Ufer: eins drei Meter lang, das andere vier Meter lang und das dritte fünf Meter lang.

Der Kapitän sagte, daß dies ein besonderes Dreieck sei. Es ist ein rechtwinkliges, weil einer seiner drei Winkel ein rechter ist.

„Und die anderen, sind die links?" Ich lachte.

„Weiß der Hai, was du für Unsinn redest!" Der Kapitän war empört. „Es gibt rechte, spitze und stumpfe Winkel." (Bei dem Wort „stumpf" sah er mich strafend an.) „Der spitze Winkel ist immer kleiner als der rechte, der stumpfe hingegen ist größer. Die Winkel werden in Grad gemessen."

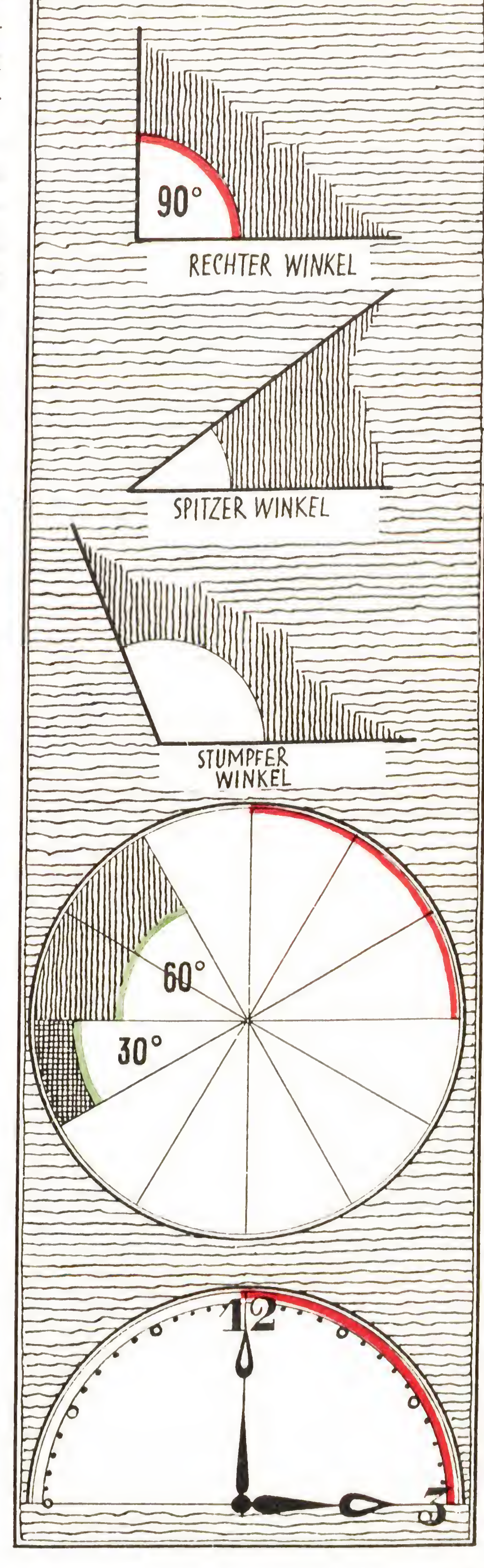
Mir fiel ein, daß man die Temperatur auch in Grad mißt — da kann man ja leicht etwas verwechseln! Doch der Kapitän sagte, daß es da gar keine Verwechslungen geben kann. Eine Sache sind die Temperaturgrade, etwas völlig anderes sind die Winkelgrade. Das Wort Grad kommt aus dem Lateinischen und bedeutet „Stufe" oder „Schritt". Wenn sich bei einem Kranken die Temperatur erhöht, so steigt die Quecksilbersäule im Thermometer wie auf den Stufen einer Treppe. Die Uhrzeiger hingegen bewegen sich in Winkelgraden. So durchmißt beispielsweise der Sekundenzeiger bei einer vollen Umdrehung, das heißt innerhalb von 60 Sekunden, einen Winkel von 360 Grad. Das bedeutet, daß er in einer Sekunde 6 Grade durchläuft (denn $360 : 60 = 6$). In der selben Zeit durchmißt der Minutenzeiger einen 60 mal kleineren Winkel, denn die Minute hat 60 Sekunden. Na, und der Stundenzeiger ist noch langsamer — nämlich 12mal!

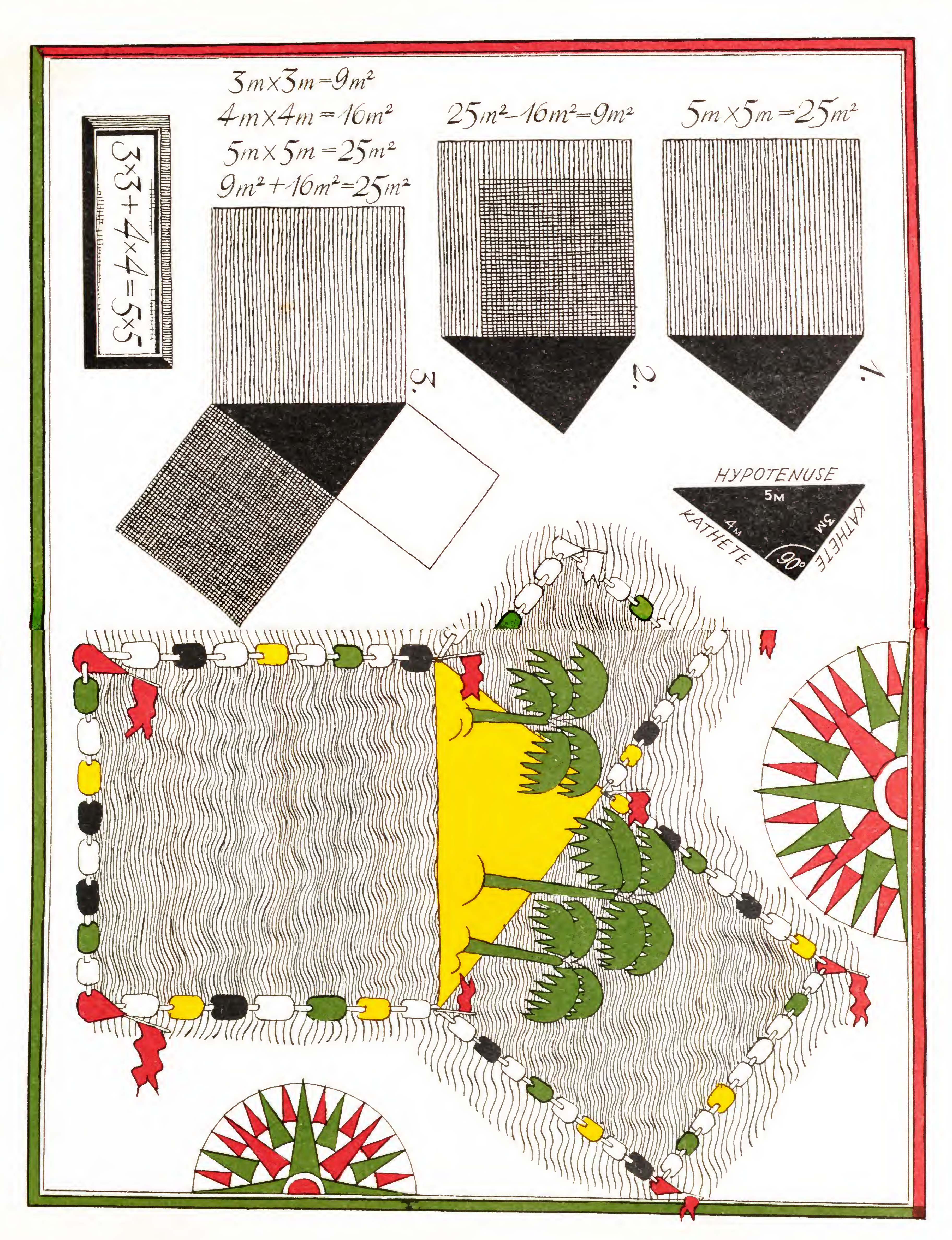
Der Kapitän zog seine Uhr.

„Punkt drei Uhr", sagte er. „Wie ihr seht, stehen der Minutenzeiger und der Stundenzeiger jetzt senkrecht zueinander. Das bedeutet, daß der Winkel zwischen ihnen 90 Grad beträgt. So ein Winkel wird als rechtwinklig bezeichnet. Die Ufer dieser Insel, die einen rechten Winkel bilden, heißen Katheten und das Ufer, das dem rechten Winkel gegenüber liegt, heißt Hypotenuse."

Hier sagte der Steuermann, daß er uns eine wahre Legende über diese Insel erzählen wolle. Ich entgegnete, daß es keine wahren Legenden gibt, weil eine Legende immer eine Erdichtung ist. Doch der Kapitän bemerkte, daß dies nicht in jedem Fall stimme.

„Einstmals lebten auf dieser Insel", hub der Steuermann an, „nur drei Bewohner. Eine Mutter und ihre zwei Töchter. Die Mutter hieß Hypotenuse, und ihre beiden Töchter hießen Katheten. Damit man sie




3m×3m=9m²
4m×4m=16m²
5m×5m=25m²
9m²+16m²=25m²
25m²−16m²=9m²
5m×5m=25m²
3×3+4×4=5×5
1.
2.
3.
HYPOTENUSE
5M
KATHETE
4M
KATHETE
3M
90°

nicht verwechselte, wurde die ältere die große Kathete und die jüngere die kleine Kathete genannt.

Alle drei schwammen mit großem Vergnügen. Damit die Kinder nicht zu weit hinausschwimmen konnten, nahm die Mutter ein Seil und teilte ihnen im Meer ein Quadrat vor der längsten Uferseite, die fünf Meter lang war, ab. Das sah aus wie der Ring beim Boxen, nur bildete das Ufer die vierte Seite. Jede der vier Seiten an diesem Abschnitt war fünf Meter lang folglich war die Fläche zum Schwimmen völlig ausreichend — 25 Quadratmeter. (Um die Fläche eines Quadrats oder jedes beliebigen Rechtecks zu berechnen, muß man bekanntlich zwei Seitenlängen miteinander multiplizieren — fünf mal fünf ist fünfundzwanzig.)

Eines Tages begab sich Mutter auf Reisen, und die Töchter blieben allein zu Hause. Sofort begann der Streit. Die beiden Katheten waren wirklich keine netten Mädchen! Jede behauptete, daß die andere sie beim Brustschwimmen behindert. Deshalb beschlossen sie, sich voneinander abzugrenzen und das Schwimmbecken in zwei Teile zu teilen. Die große Kathete schleppte sofort ein neues Seil herbei, maß vier Meter vom Ufer ab, ebensoviel an einer Seite der früheren Seilabgrenzung und nahm sich den besseren Abschnitt von 16 Quadratmetern ($4 \cdot 4 = 16$). Was übrig blieb — 9 Quadratmeter ($25 - 16 = 9$) — ließ sie der Schwester.

Die kleine Kathete merkte bald, daß die größere sie übervorteilt hatte, denn jene besaß nach wie vor ein bequemes quadratisches Schwimmbecken, sie aber hatte nur zwei schmale Streifen, wo sie weder kraulen noch brustschwimmen konnte.

Die beiden gerieten in Streit und fingen sich gar zu prügeln an, doch glücklicherweise kehrte die Mutter im rechten Augenblick heim. Sie gab jeder Tochter einen Klaps, räumte die überflüssigen Seile fort und sagte, daß sie den gesamten Abschnitt allein benutzen werde, den Töchtern aber teilte sie zwei neue, ebenfalls quadratische Abschnitte zu. Einer stieß an das 4 Meter lange, der andere an das 3 Meter lange Ufer.

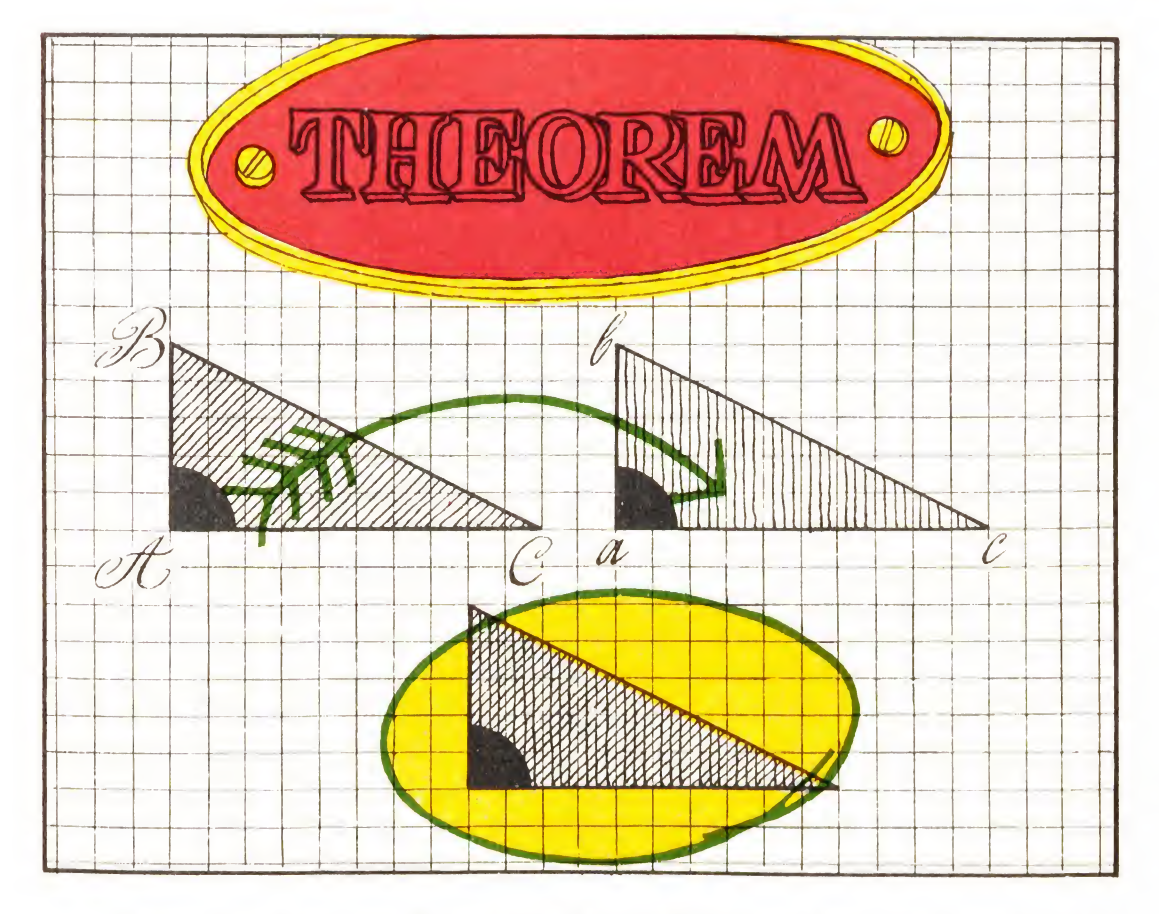
So erhielt jede Schwester ein eigenes abgeteiltes Schwimmbecken: Die ältere eine Fläche von 16, die jüngere eine Fläche von 9 Quadratmetern. Wie sich herausstellte, war die Gesamtfläche der beiden Abschnitte ebenso groß wie der Abschnitt von Mutter Hypotenuse:

$$3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 = 5 \cdot 5.$$

Jetzt konnten alle schwimmen, keiner störte mehr den anderen, und als sie ans Ufer zurückkehrten, tranken sie zusammen Kaffee, um sich aufzuwärmen. Das ist die ganze Legende."

„Legende hin, Legende her", fügte der Kapitän hinzu, „aber diese hervorragende Eigenschaft des rechtwinkligen Dreiecks hat der große griechische Mathematiker der Antike, Pythagoras, entdeckt. Er hat den Lehrsatz folgendermaßen formuliert: In jedem rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Kathetenquadrate gleich dem Hypotenusenquadrat.

3. Nullter — ÜBERLEGT, ÜBERLEGT GRÜNDLICH!



„Achtung!" sagte der Kapitän. „Unsere Fregatte fährt an der Küste der Exakten Beweise entlang. Hier muß das Schiff besonders aufmerksam gesteuert werden: Überall lauern Riffe. Ein einziges ungeschicktes Manöver — und wir können im Meer der Fehler versinken. Das hier ist das Wappen von der Küste der Exakten Beweise."

Der Kapitän reichte uns eine Gedenkmedaille. Auf einer Seite stand: „Weniger Worte — mehr Sinn", und auf der Rückseite: „Fordert exakte und schöne Beweise!"

Ja, das ist nicht die Axiom-Bucht, wo nichts bewiesen werden darf! Hier darf man es nicht nur, hier muß man es sogar. Aber der Kapitän sagte, daß ich das Axiom nicht zu rasch abhängen solle. Denn ohne Axiom ließe sich nichts beweisen. Kein einziges Theorem!

„Was bitte?" fragte ich.

„Theo-re-em!" wiederholte der Kapitän. „Das ist ein griechisches Wort und bedeutet ‚Überlegung, Erkenntnis'. Um ein Theorem, in der Mathematik Lehrsatz genannt, beweisen zu können, muß man viel nachdenken."

Ich sagte, daß es sicher sehr schwierig sei, Theoreme zu beweisen. Doch der Kapitän erwiderte, daß dies überhaupt nicht schwierig sei, wenn man fortwährend richtig und logisch denke, so, daß ein Gedanke sich aus dem anderen ergibt und ihm nicht widerspricht. Für jeden Menschen ist es wichtig, logisch zu denken, ganz besonders wichtig aber ist es für den Mathematiker.

Ich bat den Kapitän, irgendein Theorem zu beweisen. Er zeichnete zwei Dreiecke, beide waren rechtwinklig — das erkannte ich sofort, weil ich die Legende von Mutter Hypotenuse und ihren Katheten-Töchtern noch nicht vergessen hatte. Der Kapitän erinnerte uns daran, daß die Punkte, in denen sich die Seiten des Dreiecks treffen, Ecken genannt werden und daß das Dreieck drei Ecken besitzt. Er bezeichnete sie mit lateinischen Buchstaben. Die des einen Dreiecks mit großen Buchstaben (A, B, C) und die des zweiten mit kleinen (a, b, c).

„Diese Dreiecke", fuhr der Kapitän fort, „sind dadurch bemerkenswert, daß die kurzen Katheten ebenso wie die langen Katheten bei beiden Dreiecken gleich sind. Nun muß bewiesen werden, daß diese Dreiecke deckungsgleich sind."

Ich hätte beinahe herausgeplatzt, daß dies doch ganz einfach sei, aber der Kapitän gebot mir zu schweigen.

„Als erstes", sagte er, „muß definiert werden, was deckungsgleiche Dreiecke sind. Bevor man etwas beweist, muß man schließlich wissen, was man beweisen will. Also aufgepaßt. Wenn du zwei Dreiecke nimmst, das eine sorgfältig aufs andere legst und sie genau zusammenfallen, so werden solche Dreiecke als deckungsgleich bezeichnet."

Ich beschloß, sofort eines der aufgezeichneten Dreiecke auszuschneiden und es dann auf das andere aufzulegen, doch der Kapitän sagte, daß dies nicht der Beweis eines Theorems, sondern weiß der Hai was ist.

Erstens können wir nur den Eindruck haben, daß die Dreiecke dekkungsgleich sind, weil unsere Augen unvollkommen sind. Doch selbst wenn die Dreiecke genau zusammenfallen, so beweisen wir damit lediglich, daß eben diese zwei Dreiecke deckungsgleich sind. Das Theorem aber darf nicht nur für diese zwei, sondern es muß für alle rechtwinkligen Dreiecke gelten, deren Katheten entsprechend gleich lang sind.

„Darum muß man denken, meine Freunde", schloß der Kapitän. „Man muß denken können. Denkt! Denkt gründlich nach!"

Da war nichts zu machen, man mußte halt nachdenken.

„Wir beginnen den Beweis mit den Worten: Angenommen daß ..." sagte der Kapitän. „Angenommen, daß ich in Gedanken (wohlgemerkt — in Gedanken!) die Ecke des rechten Winkels von einem Dreieck auf die Ecke des rechten Winkels des zweiten Dreiecks lege — Punkt A auf Punkt a. Dann lege ich behutsam die zwei gleichen Katheten aufeinander. Was meint ihr, decken sich die Katheten oder nicht? Decken sich Punkt B und b?"

„Jawohl", entgegnete Pi. „Die Katheten sind doch gleich lang."

„Richtig. Jetzt nehmen wir einmal an, daß diese Katheten fest aneinander haftenbleiben. Ob sich auch die zwei anderen Katheten decken? Überlegt, überlegt gründlich!"

„Klar, decken die sich", antwortete ich. „Die Ecken zwischen den Katheten beider Dreiecke bilden rechte Winkel, jeweils 90 Grad, und die Katheten sind ebenfalls gleich lang."

„Du machst Fortschritte, Klein-Null!" lobte der Kapitän. „Mit Hilfe der Logik haben wir also geklärt, daß die Katheten beider Dreiecke fest aufeinander haften. Bleibt festzustellen, ob die Hypotenusen zusammenfallen."

Pi und ich verstanden natürlich, daß die Hypotenusen zusammenfallen müssen, aber der Kapitän forderte, daß wir das be-wei-sen! Tja, ein Nilpferd aus dem Sumpf ziehen, ist weiß Gott keine leichte Arbeit. Gut, daß der Kapitän uns mit einer Zwischenfrage eine Eselsbrücke baute: „Sind alle Ecken des Dreiecks deckungsgleich?"

„Ja", entgegnete Pi.

„Dann sind auch die Hypotenusen BC und bc deckungsgleich", überlegte ich.

Der Kapitän blinzelte:

„Wirklich? Woraus folgt das?"

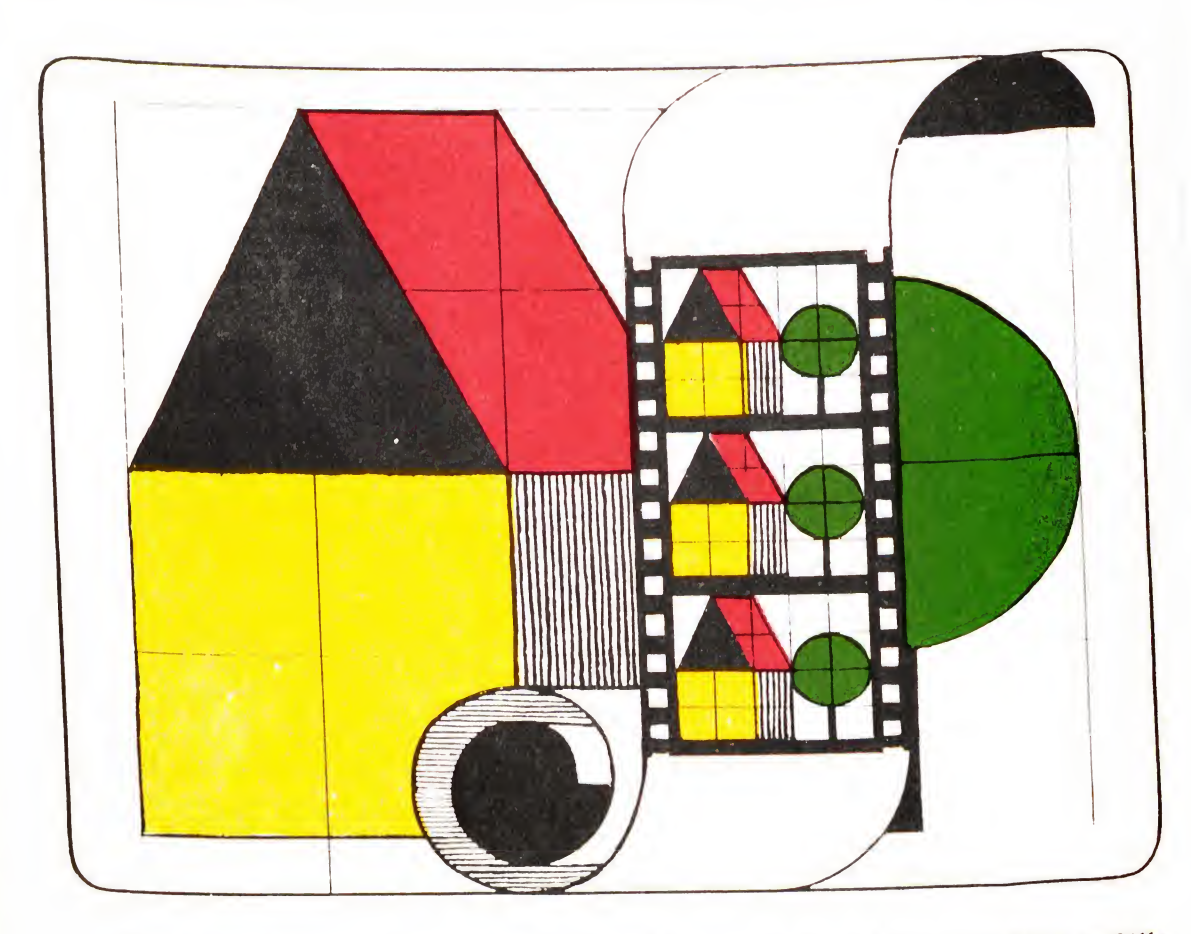
„Woraus? Ach, ich bin doch ein Schaf! Aus dem Axiom! Aus dem Axiom, daß man durch zwei Punkte nur eine Gerade ziehen kann!"

„Logisch", nickte der Kapitän. „Jetzt ist das Theorem bewiesen: Die Dreiecke sind deckungsgleich. Folglich sind sie auch flächengleich!"

Hurra! Gelobt seien die Axiome!!

4. Nullter

FESTE VERHÄLTNISSE



Was Inseln doch für merkwürdige Namen haben können! Wie gefällt euch beispielsweise „Insel der Verhältnisse"? Der Schiffskoch und ich sind vor Lachen fast gestorben, als wir hörten, daß unser gegenwärtiger Ankerplatz so heißt. Wenn es wenigstens die Insel netter Verhältnisse oder schlimmstenfalls die Insel schlechter Verhältnisse gewesen wäre ...

Doch der Kapitän sagte, daß diese Insel eine Insel mathematischer Verhältnisse sei.

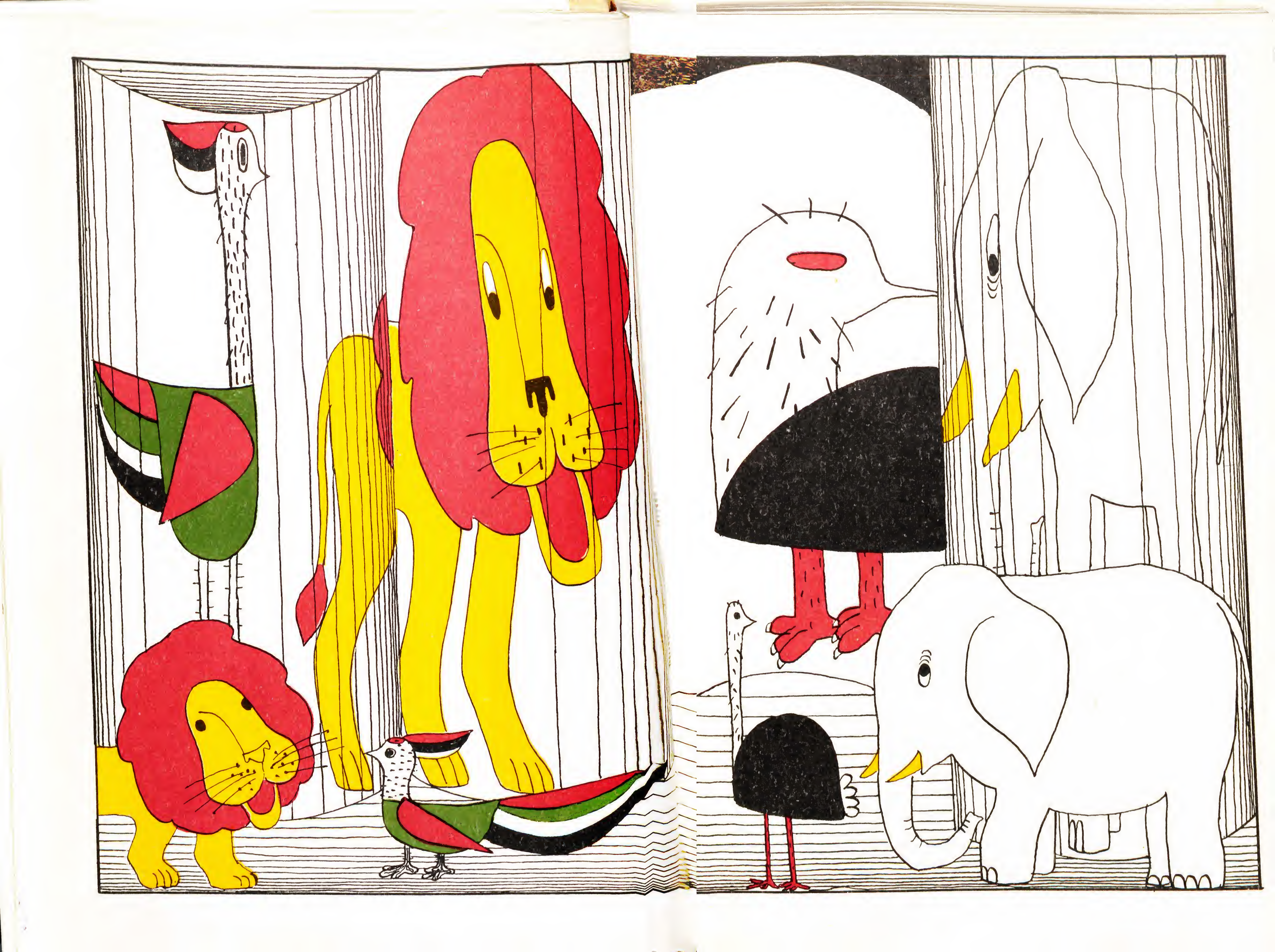
Wir forderten selbstverständlich eine Erklärung.

„Schaut her", forderte der Kapitän und schrieb in sein Notizbuch:

$$6:2=3$$

Na, wir begriffen gleich, daß das ein Divisionsbeispiel war.

„Richtig", nickte der Kapitän. „Aber dieses Divisionsbeispiel kann man auch als Beispiel für ein Zahlenverhältnis betrachten. Wenn wir Sechs durch Zwei dividieren, so erfahren wir, wie diese Zahlen sich zueinander verhalten."



„Aha! Da haben die Zahlen also doch irgendwelche Verhältnisse!"

„Natürlich", nickte der Kapitän, „aber keine netten oder schlechten, sondern eben Zahlenverhältnisse. Wenn sich unser Verhältnis zueinander je nach deinem Verhalten ändern kann (heute ist es gut, morgen hingegen schlecht), so verändert sich das Zahlenverhältnis niemals. Die Sechs verhält sich zur Zwei immer gleich Drei, Zehn zu Zwei gleich Fünf, Sechsunddreißig zu Vier gleich Neun..."

„Verschiedene Zahlen verhalten sich also unterschiedlich zueinander", überlegte Pi.

„Nicht immer", sagte der Kapitän. „Das ist es ja gerade, daß es viele verschiedene Zahlenpaare gibt, die sich völlig gleich zueinander verhalten. Die Sechs verhält sich zur Zwei gleich Drei. Doch der Drei entspricht auch das Verhältnis von Zwölf zu Vier, der Achtzehn zu Sechs, der Hundertzwanzig zu Vierzig. Zahlenpaare dieser Art lassen sich unendlich viele finden. Wenn wir zwei solche Paare durch Gleichheitszeichen verbinden, so erhalten wir die Proportion:

$$6:2 = 12:4$$

Die Proportion ist die Gleichsetzung zweier Verhältnisse, und die Zahlen, die eine Proportion bilden, werden entsprechend als Proportionale bezeichnet."

Der Kapitän wollte noch etwas sagen, aber ich fragte dazwischen: „Was heißt ‚entsprechend'?"

„Daß sich zwei Dividenden proportional zu ihren Teilern verhalten", erklärte der Kapitän. „6 und 12 verhalten sich proportional zu 2 und 4."

Keine Frage, das ist alles klar, aber ehrlich gesagt, etwas langweilig. Zumindest erwarteten wir nach der Erklärung des Kapitäns nichts Interessantes mehr von der Insel der Verhältnisse. Doch wir hatten uns getäuscht.

Wir waren kaum an Land, da gerieten wir schon in ein Kino und sahen uns mit großem Vergnügen den Abenteuerfilm „Die herrliche Acht" an. Was für Beziehungen der Film zu Zahlen hat, kriegten wir nicht gleich mit, aber es waren echte Direktbeziehungen, wie sich bald herausstellte.

Der Filmstreifen besteht aus winzigkleinen Bildern, die wir auf der Leinwand um ein Vielfaches vergrößert sehen. Doch das Entscheidende ist, daß das Zahlenverhältnis aller Bildmaße genau so bleibt wie auf dem Zelluloid.

Auf dem Zelluloidstreifen ist ein Haus fotografiert. Angenommen, es ist 8 Millimeter hoch und 4 Millimeter breit. Auf der Leinwand wird dasselbe Haus 80 Zentimeter hoch und 40 Zentimeter breit. Es ist also hundertfach vergrößert. Doch das Höhen- und Breitenverhältnis hat sich nicht im geringsten verändert. Alle Maße sind den Maßen auf dem Filmstreifen proportional. Folglich sehen wir auf der Leinwand das genaue Abbild dessen, was wir auf dem Filmstreifen haben. Deshalb werden alle Abbildungen, deren Maße sich proportional zueinander verhalten, als gleichsinnig ähnliche bezeichnet.

Wir schlußfolgerten daraus natürlich, daß, wenn es gleichsinnig ähnliche, es auch unsinnig ähnliche Abbildungen geben müßte.

„Ihr habt ja eine blühende Phantasie!" der Kapitän lachte.

Er sagte, daß es in der Mathematik keine unsinnigen Abbildungen gäbe, sondern ungleichsinnig ähnliche, und führte uns ins ... Lachkabinett.

Ehrlich, auf der Insel der Verhältnisse gibt es sogar ein Lachkabinett. Wie auf jedem richtigen Rummelplatz. Dort waren, wie sich das gehört, alle möglichen Spiegel aufgestellt. In einem bist du plattgedrückt und breitgequetscht, im anderen lang wie eine Hopfenstange.

Ich betrachte mich gern in solchen Spiegeln und lache mich halbtot. Bloß früher habe ich einfach gelacht, diesmal aber merkte ich, was mich erheitert. Ich lachte, weil ich statt einer mir ähnlichen Figur nun eine unproportionale Figur sah, das heißt, eine Figur, bei der die üblichen Proportionen aller Körperteile verändert und zerstört sind.

Was sollen bloß all diese Ähnlichkeiten und Unähnlichkeiten, Proportionalitäten und Unproportionalitäten? Weshalb untersucht man sie? Einfach, weil man ohne richtige Proportionen nichts Vernünftiges schaffen kann.

Wenn ein Architekt ein Haus baut, so bedenkt er nicht nur, daß es festgefügt und komfortabel sein muß, sondern daß es auch von außen gut aussieht. Das aber ist nur dann der Fall, wenn alles einander entspricht, wenn die richtigen, passenden Proportionen hergestellt sind. Das ist natürlich nicht leicht. Es erfordert nicht nur einen geschickten, sondern auch einen künstlerisch begabten Baumeister, der Schönheitsgefühl besitzt.

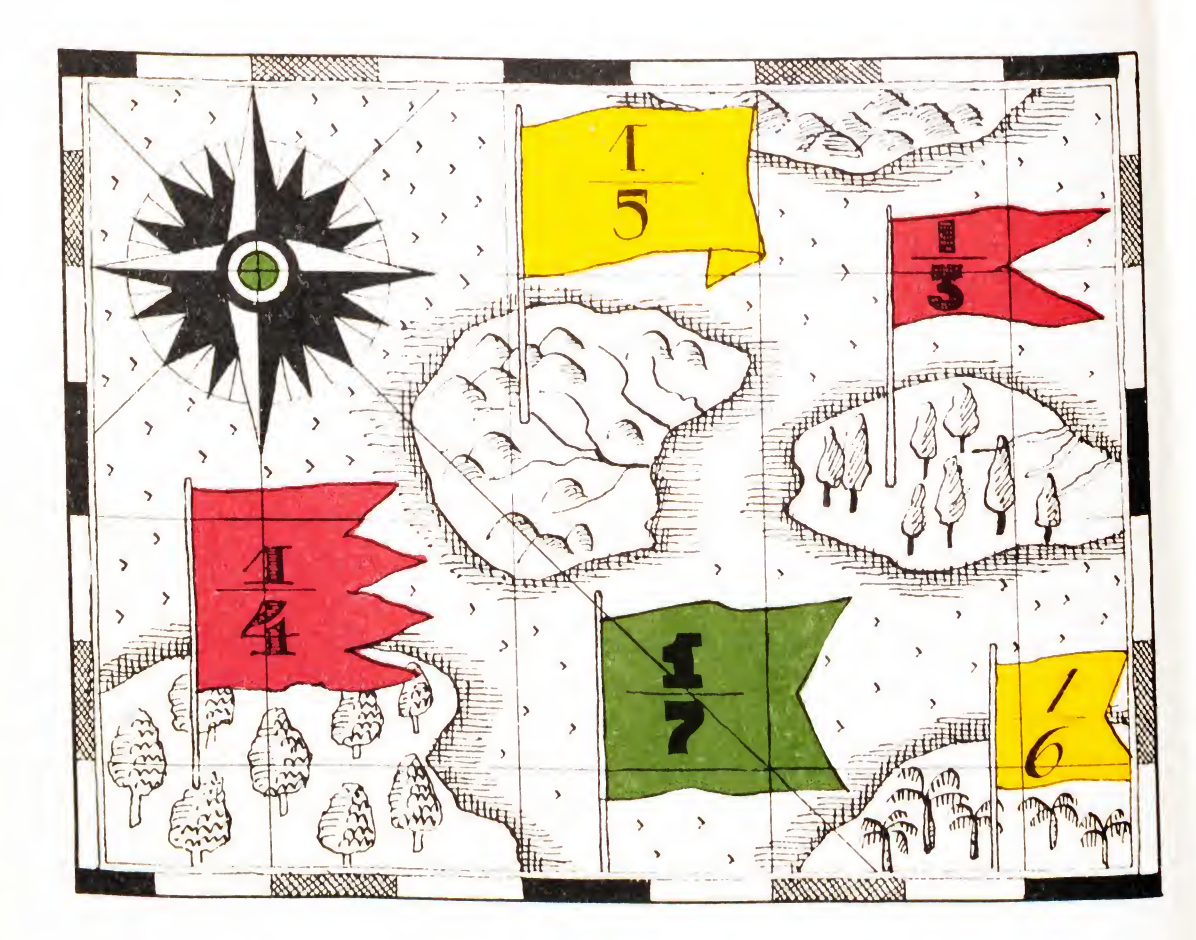
Der Kapitän sagte, daß dieses Gefühl in höchstem Maße den Griechen in der Antike eigen war. Nicht von ungefähr sind die von ihnen geschaffenen Statuen bis heute unübertroffen, ebenso wie die Bauwerke der Antike. Das liegt daran, daß die alten Griechen die idealen Proportionen des menschlichen Körpers kannten. Ebenso hatten sie die richtigen Proportionen in der Baukunst herausgefunden. Deshalb werden jene halt als ideal bezeichnet.

„Und warum baut man heute nicht solche Gebäude?" fragte ich.

„Weil", erwiderte der Kapitän, „alles zu seiner Zeit gut und passend ist. Wir können uns an den antiken griechischen Bauwerken erfreuen, aber es wäre dumm, wenn man sie heute nachahmen wollte. Was schön ist, muß auch bequem sein. Die alten Griechen hatten jedoch eine ganz andere Lebensweise als wir. Sie hatten andere Bedürfnisse. Sie brauchten beispielsweise keine Hochhäuser, und sie hätten sie auch nicht bauen können. Außerdem mußt du nicht glauben, daß in unserer Zeit die klassischen Proportionen vergessen seien. Sie werden, wenn auch nicht immer, für moderne Gebäude benutzt. Neben den alten entstehen neue Verhältnisse, neue Proportionen ... Alles in der Welt verändert sich. Auch der Begriff des Schönen."

„Nein", verkündete ich, „einiges bleibt unveränderlich. Das ist das Zahlenverhältnis. Denn Sechs geteilt durch Zwei ist immer Drei!"

SPIEL ODER WISSENSCHAFT?



Ich ging mit dem Schiffskoch auf Deck auf und ab und beobachtete, wie die Fregatte zwischen zahllosen Inseln ihren Weg zog, bemüht, nirgendwo steckenzubleiben. Auf jeder Insel flatterte an einer langen Stange eine Fahne. Darauf waren verschiedene Zahlen geschrieben. Sie sahen etwas ungewöhnlich aus: Eine Zahl stand unter der anderen, und zwischen ihnen war ein Strich gezogen:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6} \ldots$$

Der Kapitän sagte, daß die Mathematiker die Bruchzahlen so schreiben. Wie sich herausstellte, gibt es nicht nur ganze Zahlen. Wenn man eine ganze Zahl in Teile zerlegt, so erhält man Brüche.

Der Schiffskoch sagte, daß er sehr gut wisse, wie man Sachen in Teile brechen kann. Auf dem Schiff gäbe es keine einzige ganze Tasse mehr.

Der Kapitän erklärte uns, daß Brüche, die kleiner als Eins sind, echte Brüche genannt werden. Auf den Fahnen dieser Insel waren nur echte Brüche geschrieben. Die Zahl über dem Strich bezeichnet man als Zähler,

e Zahl unter dem Strich als Nenner. er Nenner zeigt an, in wie viele Teile r Zähler geteilt ist. Beispielsweise igt der Bruch $\frac{1}{3}$ an, daß hier on der Eins der dritte Teil genommen wurde. Gelesen wird dieser ruch so: ein Drittel.

Bei einem echten Bruch ist der Zähler immer niedriger als der Nenner, bei einem unechten Bruch ist er höher.

Dann gibt es also Brüche, die größer als Eins sind? Jawohl. Wenn man fünf durch zwei teilt, erhält man den unechten Bruch $\frac{5}{2}$ — fünf Halbe. Das ist ebensoviel wie Zweieinhalb und wird geschrieben: $2\frac{1}{2}$. So ergibt sich, daß ein unechter Bruch größer als Eins ist.

„Und nun", sagte der Kapitän, „blickt nach rechts. Vor euch breitet sich die Straße der Dezimalbrüche aus."

Ja, wie sich herausstellte, gibt es auch solche Brüche. Es sind Brüche, deren Nenner immer entweder zehn, hundert oder tausend beträgt ... Kurz, eine Zahl, die sich ohne Rest durch zehn teilen läßt.

Dem Koch gefiel das sehr gut und er verkündete, daß er alle Tassen in Dezimalbrüche verwandeln werde.

„Das schreibe ich dann so auf", fügte er hinzu:

$$\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}.$$

Hab ich recht?"

„Ja und nein", erwiderte der Kapitän. „Dezimalbrüche werden anders geschrieben, in einer Reihe. Die ganze Zahl wird vom Bruch durch Komma getrennt. Ist die Zahl niedriger als Eins, so wird vor das Komma eine Null geschrieben."





„Und wo schreibt man den Nenner?“ fragte ich.

„Den Nenner schreibt man überhaupt nicht“, entgegnete der Kapitän, „der wird angenommen. Bei den Dezimalbrüchen gibt es nämlich ebenso wie bei den ganzen Zahlen Ordnungen. Das erste Zeichen nach dem Komma rechts weist darauf hin, wie viele Zehntel von der ganzen Zahl gemeint sind. Die zweite Zahl — wie viele Hundertstel, die dritte — wie viele Tausendstel usw. 0,2 wird beispielsweise folgendermaßen gelesen: zwei Zehntel. 0,02 — zwei Hundertstel ...“

Zum Abschluß ließ uns der Kapitän folgende Zahl lesen: 0,023.

Ich antwortete, daß das ganz einfach sei, null Ganze, null Zehntel, zwei Hundertstel und drei Tausendstel. Der Kapitän war maßlos erstaunt:

„Weshalb liest du silbenweise, wenn man die ganze Zahl lesen kann: dreiundzwanzig Tausendstel. Wenn nach dem Komma drei Ziffern stehen, so bedeutet dies, daß sie durch Tausend geteilt werden müssen. Das ist die ganze Kunst. Und nun geht Kartoffeln schälen.“

Der Schiffskoch und ich gingen zum Heck und begannen mit der Arbeit. Hier gibt es immer viel zu tun.

Plötzlich wurde es kalt, und es begann zu schneien. Die Schneeflocken verklebten uns die Augen, behinderten uns bei der Arbeit, und ich beschloß, zu warten, bis dieses Schneetreiben aufhörte.

Plötzlich grollte ein Donner! Einmal, zweimal, dreimal ... Blitze zuckten.

ARCHIPEL DER WAHRSCHEINLICHKEITEN

1/2

INSEL DER SICHERHEITEN

6/6 = 1

1/6

2/6 = 1/3

0

INSEL DER UNWAHRSCHEINLICHKEITEN

Und es schneite weiter. Schnee und Gewitter? Unwahrscheinlich!

„Was heißt unwahrscheinlich", fragte der Koch.

„Unwahrscheinlich", erklärte ich, „ist etwas, was völlig unmöglich ist."

„Wie kann es unmöglich sein, wenn es donnert?" lachte Pi.

„Das ist halt ein Zufall. Aber an sich gibt es das nicht."

Der Kapitän kam daher und sagte, daß ich nicht recht habe. Alles, selbst das, was zufällig geschieht, ist wahrscheinlich. Mitunter muß man nur sehr lange darauf warten. Dann sagt man, daß so ein Fall von geringer Wahrscheinlichkeit ist.

„Man kann also die Wahrscheinlichkeit messen?" ich staunte.

„Natürlich. Dazu ist ja die mathematische Wissenschaft berufen, und die Wahrscheinlichkeitstheorie entstand. Übrigens gehören die Inseln, die wir gerade passieren, zum Archipel der Wahrscheinlichkeiten."

„Was ist das, ein Archipel?" fragte ich.

„Ach, ich habe ja ganz vergessen, daß ihr das noch nicht wißt", der Kapitän lächelte. „Archipel ist die allgemeine Bezeichnung für Inselgruppen im Weltmeer."

Der Schnee hatte aufgehört, und die Fregatte legte an einer Insel an, auf der die Flagge mit dem Bruch $\frac{1}{2}$ — ein Halbes — gehißt war. Eine halbe Insel also!

Die Bewohner begrüßten uns freundlich, aber ich hatte den Eindruck, als würden sie wenig Zeit für Gäste haben. Wie sich herausstellte, spielten sie alle Schach, d. h. sie spielten nicht Schach, sie würfelten einfach, wer von ihnen mit Weiß spielen sollte!

Der Kapitän bat die Spieler um zwei Figuren. Er versteckte jede in einer Faust und fragte den Schiffskoch: „In welcher ist Schwarz?" Der antwortete: „Rechts" und hatte sich geirrt. Da erriet ich sofort, daß er die schwarze Figur in der linken Hand hielt und fand dieses Spiel kinderleicht. Aber der Kapitän sagte, daß es gar nicht so leicht sei.

„Auf dieser Insel wird die Farbe der Schachfiguren erraten. Da es nur zwei Farben gibt — schwarz und weiß — und man also nur eine von zweien erraten kann, sagt man, daß die Wahrscheinlichkeit, das Richtige zu erraten, sich wie Eins zu Zwei verhält, d. h. $\frac{1}{2}$ ausmacht. Deshalb steht auf der Fahne der Insel dieser Bruch geschrieben. Wenn wir es aber nicht mit zwei, sondern mit mehreren farbigen Figuren zu tun hätten, einer roten, einer grünen, einer blauen, einer gelben usw., so würde es wesentlich schwerer fallen, die Figur zu erraten, die der andere in der Hand hält. In diesem Fall verringert sich die Wahrscheinlichkeit, die richtige Farbe zu erraten."

Der Kapitän brachte uns auf eine Insel, deren Bruchzahl ein Sechstel — $\frac{1}{6}$ — betrug. Die Bewohner würfelten. Die Spieler besaßen schwarze Würfel. Jede der sechs Flächen wies weiße Punkte auf: auf einer Seite einen, auf der anderen zwei usw. bis sechs. Solche Punkte heißen auch Augen. Ein Spieler würfelt, und der andere errät, wie viele Augen sein Partner gewürfelt hat. Selbstverständlich erriet man auf dieser Insel viel seltener das richtige

Ergebnis. Ich meinerseits erriet, daß die Wahrscheinlichkeit, etwas zu erraten, hier Eins zu Sechs stand, d. h. $\frac{1}{6}$ betrug.

„Richtig", nickte der Kapitän und fragte, wie hoch die Wahrscheinlichkeit, richtig zu raten, sei, vorausgesetzt, daß nur mit zwei oder vier Augen gewürfelt würde.

Ich erriet abermals, daß sich dann die Wahrscheinlichkeit verdoppelt. Sie entspricht nicht mehr $\frac{1}{6}$, sondern $\frac{2}{6}$. Und das ist immer ein Drittel — $\frac{1}{3}$.

„Was passiert nun, wenn man will, daß jede beliebige Anzahl von Augen zählt?"

„Dann muß man auf eine andere Insel segeln", erwiderte der Kapitän, „zur Insel der Sicherheiten. Dorthin, seht ihr, wo die blaue Fahne flattert."

Erst jetzt bemerkte ich eine blaue Fahne, auf die keine Bruchzahl, sondern eine Eins gemalt war. Warum?

„Ganz einfach", erklärte der Kapitän, „weil du willst, daß von sechs möglichen Varianten jede die richtige ist. Das bedeutet, daß die Wahrscheinlichkeit, etwas zu erraten, immer sechs zu sechs steht, $\frac{6}{6}$ ausmacht, also gleich Eins ist. Das ist bereits eine Sicherheit, d. h. etwas, was ganz bestimmt eintreffen muß."

In diesem Augenblick bemerkte der Schiffskoch eine Insel, auf der eine schwarze Fahne mit einer großen weißen Null in der Mitte flatterte. Der Kapitän sagte, daß sich dort die Insel der Unwahrscheinlichkeiten befinde, d. h. die Insel, wo die Wahrscheinlichkeit, etwas zu erraten, gleich Null ist.

„Wie kann es so etwas geben?" fragten der Schiffskoch und ich.

„Ganz einfach", entgegnete der Kapitän. „Angenommen, einer von euch errät, daß dieser Würfel sieben Augen hat."

„Das ist unmöglich!" rief ich aus. „Auf dem Würfel sind doch sechs Augen die höchste Anzahl."

„Natürlich." Den Kapitän erfreute die Antwort. „Folglich kann keine Sieben fallen. In diesem Fall gibt es also gar keine Wahrscheinlichkeit, daß ihr richtig ratet. Die Wahrscheinlichkeit ist gleich Null!"

Ein interessantes Spiel, die Wahrscheinlichkeitstheorie. Aber der Kapitän war empört und sagte, daß das kein Spiel, sondern eine Wissenschaft sei. Allerdings ist sie aus einem Spiel entstanden. Das passiert häufig. Und dann sagte er noch, daß die Wahrscheinlichkeitstheorie Wissenschaftlern, Ingenieuren und besonders Planwirtschaftlern hilft, daß sie für die Volkswirtschaft des Landes unumgänglich sei und daß wir uns davon sehr bald überzeugen können.

Als wir auf die Fregatte zurückkehrten, fragte mich Pi, wie hoch die Wahrscheinlichkeit sei, daß das Mittagessen zur rechten Zeit fertig wird? Wir hatten doch noch keine Kartoffeln geschält! Ganz klar: die Wahrscheinlichkeit war gleich Null!

3 1400

6. *Nullter* — WELCHE SCHUHGRÖSSE HABEN SIE?

Heute sind wir ins Statistik-Land gekommen. Es ist ein seltsames Land. Wohin man blickt — nichts als Zahlen, Zahlen, Zahlen ... In jedem Gebäude, das man betritt, wird irgend etwas berechnet. Auf dem Rechenbrett. Auf der Rechenmaschine. Auf Elektronenrechnern. Ununterbrochen klingeln Telefone, treffen Telegramme und Funksprüche ein, werden Pakete gebracht ...

Der Kapitän führte uns zu einem großen neuen Haus. In einem Zimmer saß am Tisch der Chefstatistiker. Wir stellten uns vor. Doch gerade, als ich ihn mit meinen Fragen bestürmen wollte, klingelte das Telefon. Der Chefstatistiker nahm den Hörer ab.

„Jaja, am Apparat. Ich wollte erfahren, wie viele Jungen im letzten Jahr geboren worden sind. Bitte, wie viele? Aha. Und Mädchen? Aha. Ich danke Ihnen. Auf Wiederhören."

Er hatte kaum aufgelegt, da klingelte das Telefon schon wieder. Diesmal wurde ihm gemeldet, wie groß die Männer sind, die in einer Makkaronifabrik arbeiten.

„460 Männer sind 165 Zentimeter groß", notierte der Statistiker, „380 Männer sind 170 Zentimeter groß. Und einer ist zwei Meter groß? Habe ich mich nicht verhört? Ha-ha-ha! Na schön, das schreiben wir auch auf ..."

Was für neugierige Leute im Statistik-Land leben. Die wollen aber auch alles wissen!

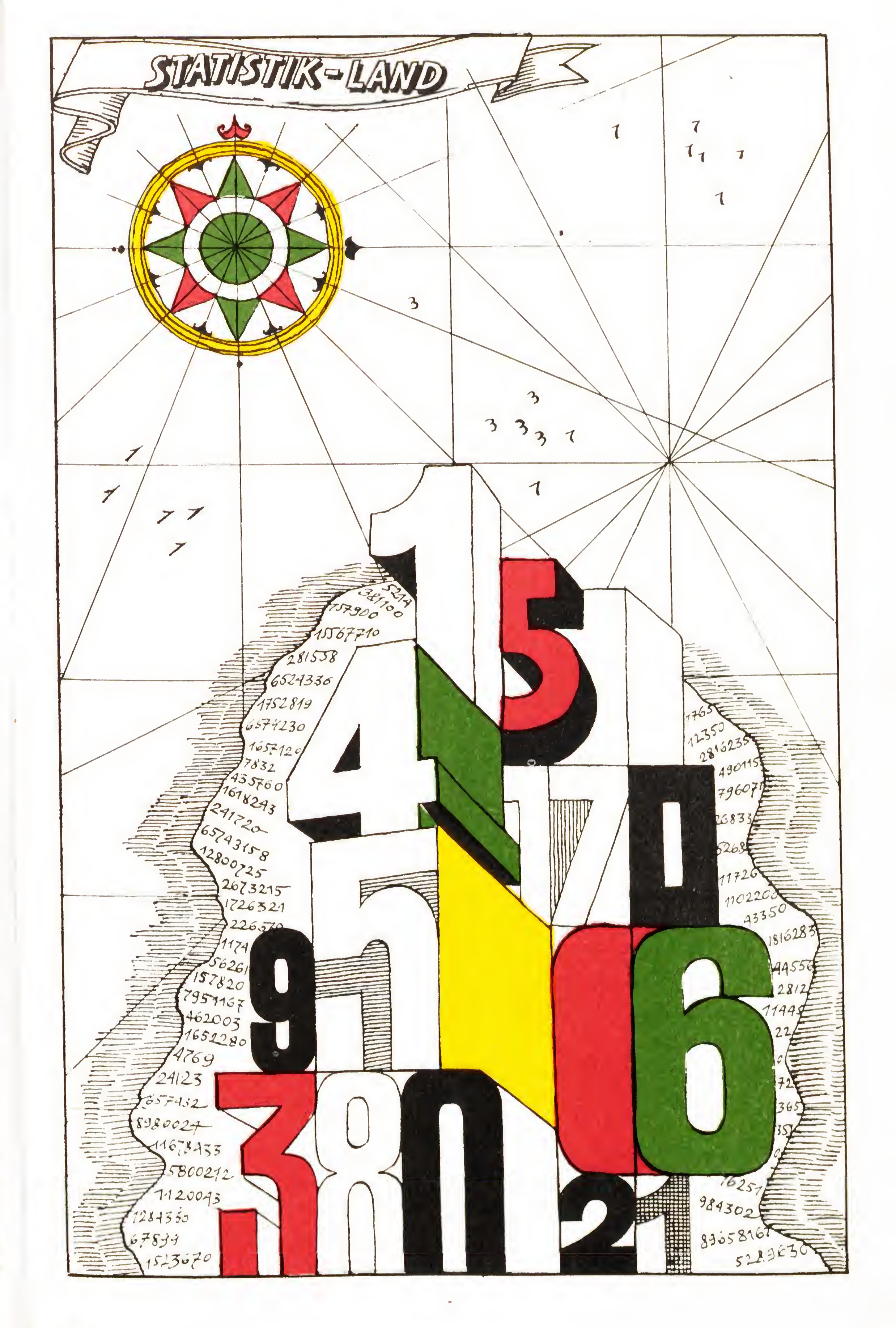
„Wie sonst", sagte der Chefstatistiker. „Wir haben doch eine Planwirtschaft. Deshalb muß man im Voraus berechnen, wie viele neue Schulen gebaut, wieviel Schulkleidung, wieviel Paar Schuhe angefertigt werden müssen, und schließlich wie viele Fußbälle und Volleyballnetze gebraucht werden. Und was weiß ich noch alles! Auf all diese Fragen gibt die Statistik eine Antwort."

„Wenn man Ihnen so zuhört, müßten wir ja ohne Statistik geradewegs eingehen!"

„Natürlich", antwortete der Chefstatistiker und war nicht einmal gekränkt. „Die Statistik ist für alle Bereiche entscheidend."

„Auch für Schuhe?"

Das sollte selbstverständlich ein Witz sein. Aber der Chefstatistiker bestätigte allen Ernstes, daß die Statistik tatsächlich in der Schuhindustrie keine geringe Rolle spiele. Schließlich tragen alle Menschen Schuhe, vom jungen Pionier bis zum Rentner. Selbst Brustkindern, die noch nicht laufen können, werden Babyschuhe angezogen. Folglich ist herauszufinden, wie



viele Paar Herrenschuhe, Damenschuhe und Kinderschuhe hergestellt werden müssen. Doch damit noch nicht genug. Für die verschiedenen Altersgruppen werden verschiedene Modelle angefertigt. Außerdem haben alle Menschen unterschiedlich große und verschieden geformte Füße.

Hier kam ich vollends durcheinander. Der Kapitän sagt, daß es auf der Erde fünf Milliarden Einwohner gibt. Haben die Statistiker etwa alle Füße auf der Erde nachgemessen? Mit dieser Frage erheiterte ich unseren Gesprächspartner endlich.

„Weshalb alle Füße?“ sagte er und lachte schallend. „Es genügt, wenn man die Fußlänge bei Tausend erwachsenen Männern mißt, um herauszufinden, wie viele Herrenschuhe in den verschiedenen Größen gebraucht werden.“

„Ich glaube, das ist noch zu wenig“, warf Pi ein. „Ein Tausend hat solche Größe und das andere Tausend eine andere ...“

„Eine gescheite Bemerkung.“ Der Chefstatistiker nickte. „Doch hier kommt die Mathematik den Statistikern zu Hilfe.“

Endlich waren wir bei der Mathematik angelangt! Bis jetzt war es immer nur um Schuhe und Babyschuhchen gegangen ...

„Die Mathematiker haben festgestellt“, fuhr der Chefstatistiker fort, „daß die Schuhgröße der Bevölkerung einer bestimmten Gesetzmäßigkeit unterliegt. Diese Gesetzmäßigkeit bezeichnen sie als Verteilungsgesetz.“

Er wies auf ein Plakat, auf dem Schuhkartons abgebildet waren. Die Kartons standen ordentlich gestapelt. Der höchste Stapel befand sich in der Mitte, darunter stand „Größe 41“.

Die Stapel, die zu beiden Seiten von ihm standen, wurden niedriger. Rechts wurden die Schuhnummern größer, links kleiner. Alle Schuhkartons umriß eine fette rote Linie, die an einen Eisberg erinnerte. Wenn man den mit einem Rodelschlitten hinabsausen könnte!

„Seht Ihr“, sagte der Statistiker, „am häufigsten werden Schuhgröße 41, am seltensten die Schuhgrößen 47 und 37 verlangt.“

„Was bedeutet die rote Linie?“ fragte ich.

Wie sich herausstellte, war das die Kurve, die die Mathematiker mit Hilfe des Verteilungsgesetzes ermittelt hatten.

„Woher wissen Sie, daß sich die Mathematiker nicht getäuscht haben?“ fragte Pi blinzelnd.

„Das Leben hat bestätigt, daß eine auf mathematischem Weg ermittelte Kurve verhältnismäßig genau die Bedürfnisse der Bevölkerung widerspiegelt.“

„Sie brauchen also nicht zu raten, wie viele Augen ein Würfel zeigt, wie das die Bewohner des Archipels der Wahrscheinlichkeiten tun müssen!“ mischte sich der Kapitän ins Gespräch.

Der Statistiker war ganz begeistert von so einer feinsinnigen Bemerkung.

„Der Archipel der Wahrscheinlichkeiten! Sie haben es gerade im richtigen Augenblick erwähnt! Das Statistik-Land unterhält nämlich zu ihm die freundschaftlichsten Beziehungen! All ihre Erfolge, alle mathematischen Entdeckungen verdankt die Statistik der Wahrscheinlichkeitstheorie. Eigentlich ist die mathematische Statistik jene Wahrscheinlichkeitstheorie, in der das Gesetz der großen Zahlen herrscht. Die Statistik zieht Schlußfolgerungen aus einer riesengroßen Anzahl von Beobachtungen und Messungen, kurz gesagt, aus einem ganzen Haufen ungeordneter, chaotischer Angaben. In diesem Chaos nun entdeckt sie Ordnung und Gesetzmäßigkeiten. Deshalb gewinnt die Wahrscheinlichkeitstheorie in der modernen Wissenschaft allmählich immer größere Bedeutung.“

Ja, der Kapitän hatte recht, als er sagte, daß sich die Wissenschaft mitunter aus einem Spiel entwickelt. Die Wahrscheinlichkeitstheorie hat schließlich mit einem ganz gewöhnlichen Würfelspiel begonnen ...

7. *Nullter* UNENDLICHE LAUNEN

Heute, als wir durchs Meer der Unendlichkeit schwammen, tauchte steuerbords plötzlich Land auf, und wir erblickten an der Küste ein seltsames bärtiges Geschöpf. Ich dachte, es sei wieder Neptun, aber der Kapitän sagte, daß Neptun niemals an der Küste sitze und daß wir unbedingt klären müßten, wer das sei. Wir setzten ein Beiboot aus und ruderten mit dem Kapitän umgehend zur Küste.

Der Bärtige war, wie sich herausstellte, Matrose auf einer Karavelle gewesen, die vor 150 Jahren Schiffbruch erlitten hatte! Man hatte ihn halbtot gerettet, und seither zwang der Herrscher dieser Insel den Matrosen täglich zu ein und derselben Arbeit. Der Gebieter ist noch jung, er ist 3 183 Jahre alt. Er hat zwei Kinder, einen Knaben von 2 185 und ein Mädchen von 1 231 Jahren. Ich war natürlich etwas erstaunt, aber Kapitän Eins erklärte, daß man an der Meeresküste der Unendlichkeit ewig lebe.

Ich fragte den Matrosen, zu welcher Arbeit ihn sein Gebieter zwinge.

„Ach lassen wir das." Der Matrose seufzte. „Ich muß Matrjoschkas schnitzen."

„Was für Matrjoschkas?"

„Ganz gewöhnliche. Aus Holz. In 150 Jahren habe ich 109 575 Stück angefertigt! Hundertneuntausendfünfhundertfünfundsiebzig. Und das ist ihnen immer noch zu wenig!"

„Wem?"

„Den Kindern des Herrschers. Es sind die launischsten Kinder auf der Welt. Ewig sind sie unzufrieden, ewig tun sie einander etwas zum Trotz an. Als ich zum ersten Mal aufs Schloß geführt wurde, sagte der Herrscher: ‚Fertige ein Spielzeug an, das meinem Sohn und meiner Tochter gefällt. Sie besitzen vier Milliarden dreihundertzweiundachtzig Spielzeuge, doch keins gefällt ihnen. Ich gebe dir eine Nacht Zeit: Wenn du ein Spielzeug anfertigst, das ihnen gefällt, will ich dich reich belohnen. Gelingt es dir nicht, so erwarte keine Gnade.' Ich habe die ganze Nacht überlegt, was ich machen sollte. Gegen Morgen hatte ich eine kleine Matrjoschka geschnitzt. Ich malte ihr ein Gesichtchen, ein Tüchlein, eine Schürze und brachte sie aufs Schloß. Den Kindern gefiel die Matrjoschka. Der Sohn sagte: ‚Ein hübsches Spielzeug, aber zu klein. Mach es doppelt so groß.' Das Töchterchen nickte: ‚Wirklich hübsch, aber mach es um die Hälfte kleiner.' Der Herrscher gab mir noch eine Nacht Zeit. Gegen Morgen hatte ich zwei neue Matrjoschkas angefertigt, eine doppelt so groß wie die erste, die zweite um die Hälfte kleiner. Ich brachte sie aufs Schloß. Der Sohn schrie mich an: ‚Bist du taub? Ich hatte dir aufgetragen, die Matrjoschka nicht doppelt, sondern dreifach so groß zu machen!' Auch das Töchterchen fiel über mich her. ‚Ich hatte befohlen, die Matrjoschka nicht halb so groß, sondern ein Drittel so groß zu machen!' Ich gehorchte. Am nächsten Morgen wiederholte sich alles. Der Sohn sagte: Er habe eine Matrjoschka viermal so groß wie die erste bestellt. Die Tochter aber behauptete: nein, ein Viertel so groß! Und so ging es weiter. Sie fordert eine Matrjoschka ein Fünftel so groß, er — fünfmal größer, sechsmal, siebenmal ... tausendmal! Jede Nacht fertige ich zwei Matrjoschkas an und kann es keinem recht machen. So stelle ich sie hier an der Küste auf. Dort stehen sie der Größe nach in einer Reihe."

In der Tat stand an der Küste ein langer Reigen von Matrjoschkas. Rechts — eine größer als die andere. Das waren die Steckpuppen für den Jungen. Links eine Matrjoschka kleiner als die andere. Das waren die Steckpuppen für das Mädchen. Sie waren alle numeriert. Auf der Matrjoschka in der Mitte stand die Zahl 1. Rechts wuchsen die Zahlen: 2, 3, 4, 5, 6 ... 100 ... 1000 ... Diese Zahlen zeigten an, um wieviel jede Matrjoschka größer war als die erste.

Links verringerten sich die Zahlen und wurden immer niedriger. Sie zeigten an, um wieviel kleiner jede Matrjoschka im Verhältnis zur ersten wurde. Deshalb standen hier Bruchzahlen: ein Zweitel, ein Drittel, ein Viertel, ein Fünftel ... ein Hundertstel ... ein Tausendstel — $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ ... $\frac{1}{100}$ ... $\frac{1}{1000}$ ...

Es waren so viele Matrjoschkas, daß die letzten kaum zu sehen waren.

„Irgendwann müssen diese Launen doch einmal ein Ende nehmen!" sagte ich.

Der Matrose schüttelte niedergeschlagen den Kopf:

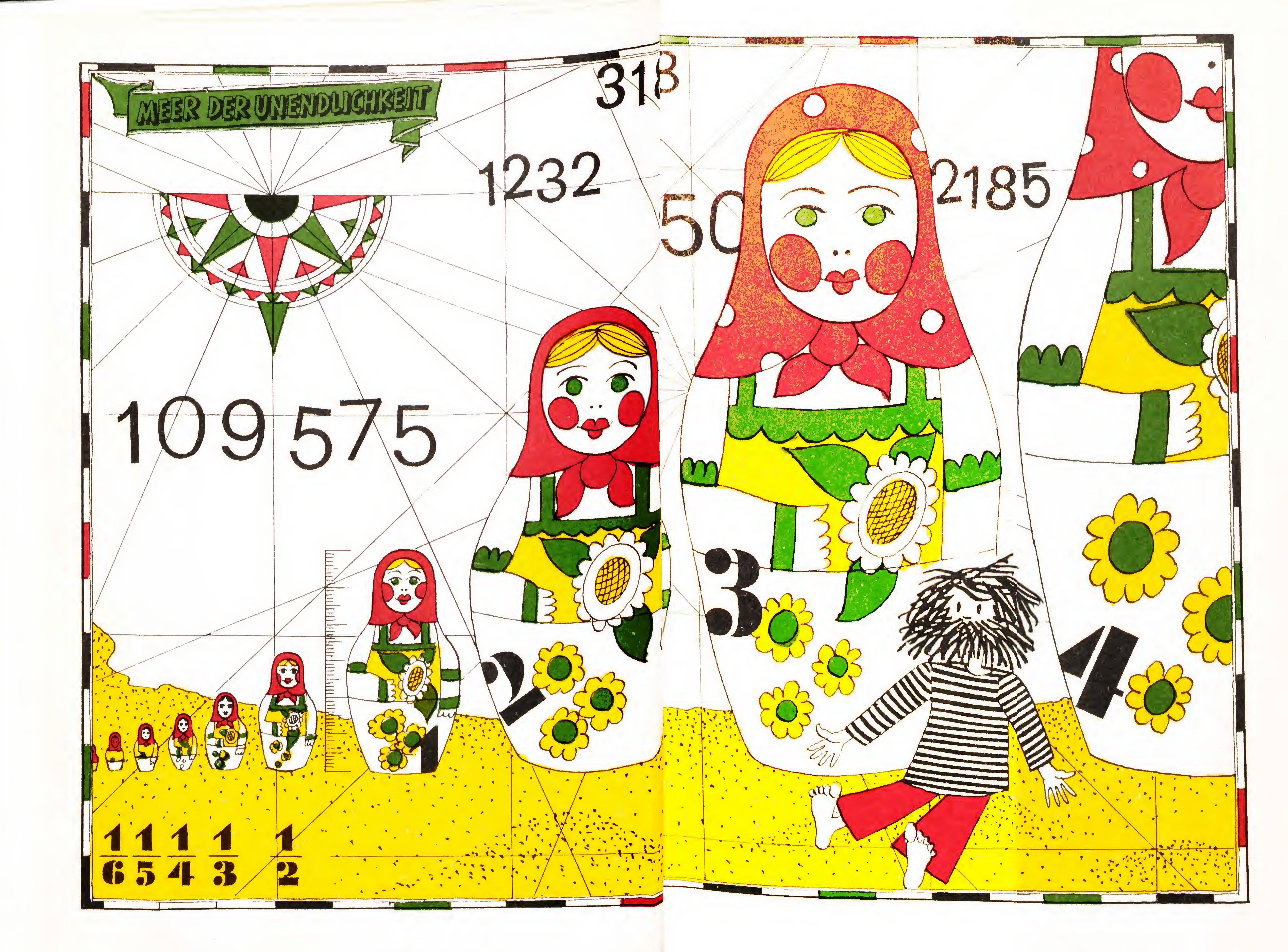
„Das ist es ja gerade, hier nimmt niemals etwas ein Ende! Die Launen nehmen ebenso wenig ein Ende wie die Zahlen. Was immer du dir für eine große Zahl ausdenken magst, es gibt eine noch größere. Hinter jeder kleinen Zahl gibt es eine noch kleinere. Die einen Matrjoschkas werden mit der Zeit zu Riesen, die anderen zu Zwergen, ich aber werde immer neue anfertigen müssen ..."

„Schön, die Zahlen werden also bis in die Unendlichkeit niedriger", sagte ich. „Wie aber kann man so eine winzigkleine Matrjoschka anfertigen, die überhaupt nicht mehr zu sehen ist?"

„Dafür bin ich ja ein Zaubermeister", erwiderte der Matrose.

In diesem Augenblick vernahmen wir Stimmen. Der Matrose riet uns, so schnell wie möglich auf die Fregatte zurückzukehren, damit der Herrscher uns nicht zwingen könne, irgend etwas anzufertigen und dann ...

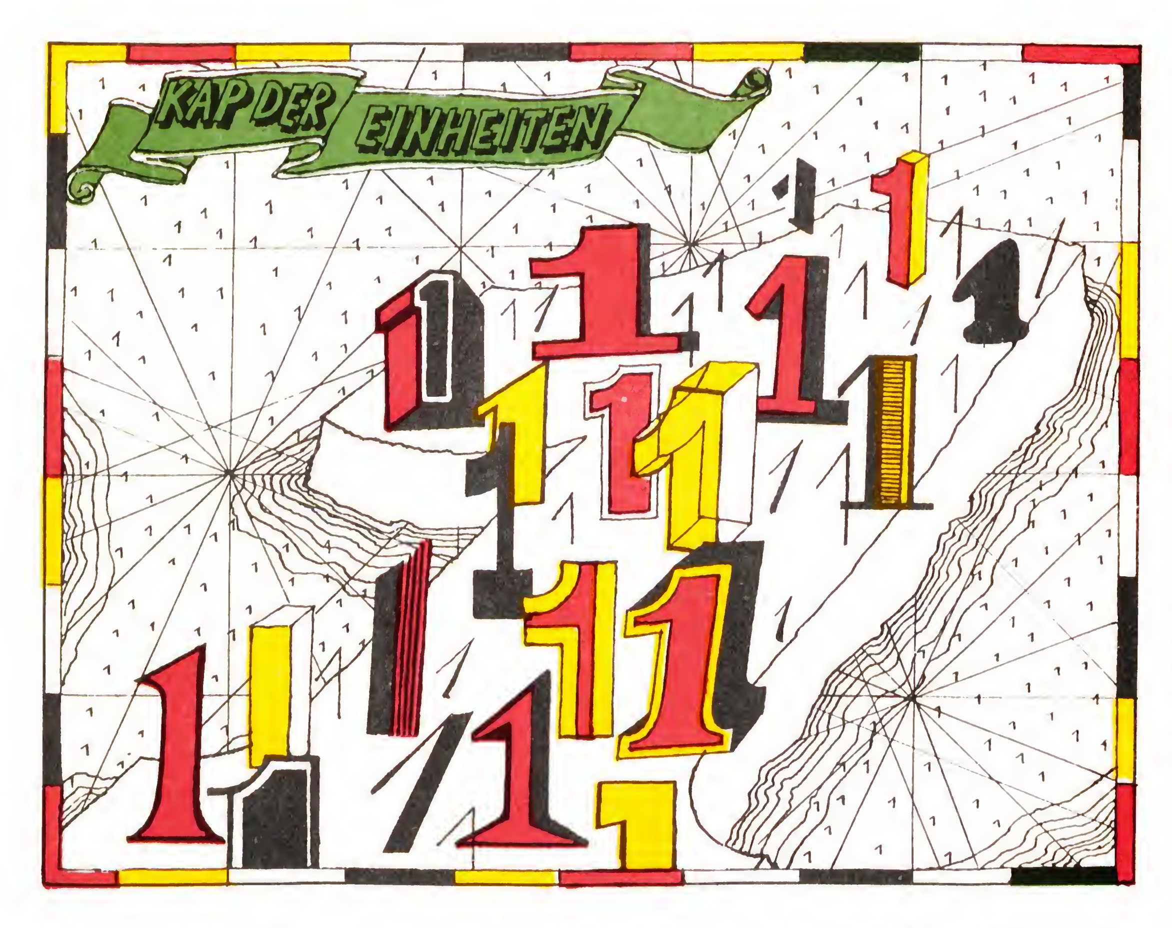
Als die Fregatte schon weit entfernt auf hoher See war, sahen wir, daß an der Küste nur eine, die größte Matrjoschka, stand. Alle übrigen hatte der Matrose in ihr versteckt. Welche Zahl auf ihr stand, konnte ich allerdings nicht entziffern. Vielleicht erratet Ihr es? Denkt daran, daß der Matrose in der ersten Nacht eine Matrjoschka angefertigt hat und dann in jeder Nacht zwei. In allen 150 Jahren hat er ... Aber, wie viele er insgesamt angefertigt hatte, das habe ich ja bereits geschrieben.



MEER DER UNENDLICHKEIT
318
1232
2185
50
109575
3
2
4
1
$\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$

8. Nullter

UNSER KAPITÄN UNTER FREUNDEN



Heute war ich sehr lustig und bin sehr müde. Am achten Nullten hat unser Kapitän nämlich Geburtstag. Steuermann Ypsilon hatte es so eingerichtet, daß unsere Fregatte an diesem Tag zum Kap der Einheiten gelangt.

Wir gingen an Land und waren sofort von einer fröhlichen festlichen Menge umgeben. Uns umgaben Einheiten — Dutzende, Hunderte von Einheiten. Schon auf der Fregatte hatte ich überlegt, daß es doch eigentlich sehr langweilig sein müßte, wenn man nur Einheiten vor Augen hat. Aber ich hatte mich getäuscht: Keine Einheit glich der anderen. Außerdem waren sie alle sehr hübsch und ganz verschieden gekleidet.

Der Schiffskoch glaubte, daß sie sich zu Ehren unseres Kapitäns so herausgeputzt hätten. Aber der Steuermann sagte, daß sie immer so aussehen und daß sie nicht einfach Einheiten sind, sondern ...

In diesem Moment schrie ich laut auf, weil mich jemand schmerzhaft an der Hand gepackt hatte. Ich drehte mich um und erblickte eine Einheit, die sich verlegen entschuldigte. Ihr wäre im Traum nicht eingefallen, jemanden

zu zwicken, ich hätte sie aus Versehen selbst berührt! Wie sich herausstellte, war es die Einheit der elektrischen Stromstärke — das Ampere. So hieß sie zu Ehren des berühmten französischen Physikers und Mathematikers André Marie Ampère.

Aha! Wie sich herausstellte, hat der elektrische Strom also eine unterschiedliche Stärke!

Der Steuermann, der darauf wartete, das unterbrochene Gespräch fortsetzen zu können, wiederholte, daß auf diesem Kap nicht einfach Einheiten, sondern verschiedene Maßeinheiten leben. Gemessen aber wird auf der weiten Welt alles: Stärke, Geschwindigkeit, Arbeit, Zeit, Temperatur und Volumen ... Doch damit man etwas messen kann, muß man eine bequeme Maßeinheit finden. Häufig werden für die Messung ein und derselben Größe verschiedene Maßeinheiten benutzt: Zentimeter, Meter, Foot, Meile — das alles sind Längeneinheiten. Die Zeit wird in Sekunden, Stunden, Jahren und Jahrhunderten gemessen; Kraft und Gewicht in Kilogramm und Newton. Die Einheit „Newton" erhielt ihre Bezeichnung zu Ehren des großen englischen Wissenschaftlers Isaac Newton.

Meter, Sekunde, Newton, das alles sind allgemein übliche Grundeinheiten für Länge, Zeit und Kraft. Doch man muß auch Komplizierteres messen, beispielsweise die Geschwindigkeit. Was ist das? Das ist das Verhältnis eines zurückgelegten Wegstücks zu der dazu benötigten Zeit. Man muß die Länge des Wegstücks durch die Zeit teilen, in der man diesen Weg zurücklegt. Bei der Geschwindigkeitsmessung haben wir es also nicht mit einer Grundeinheit, sondern mit zwei Grundeinheiten zu tun: mit Meter und Sekunde. So wird die zusammengesetzte Maßeinheit der Geschwindigkeit gebildet: Meter je Sekunde — m/s.

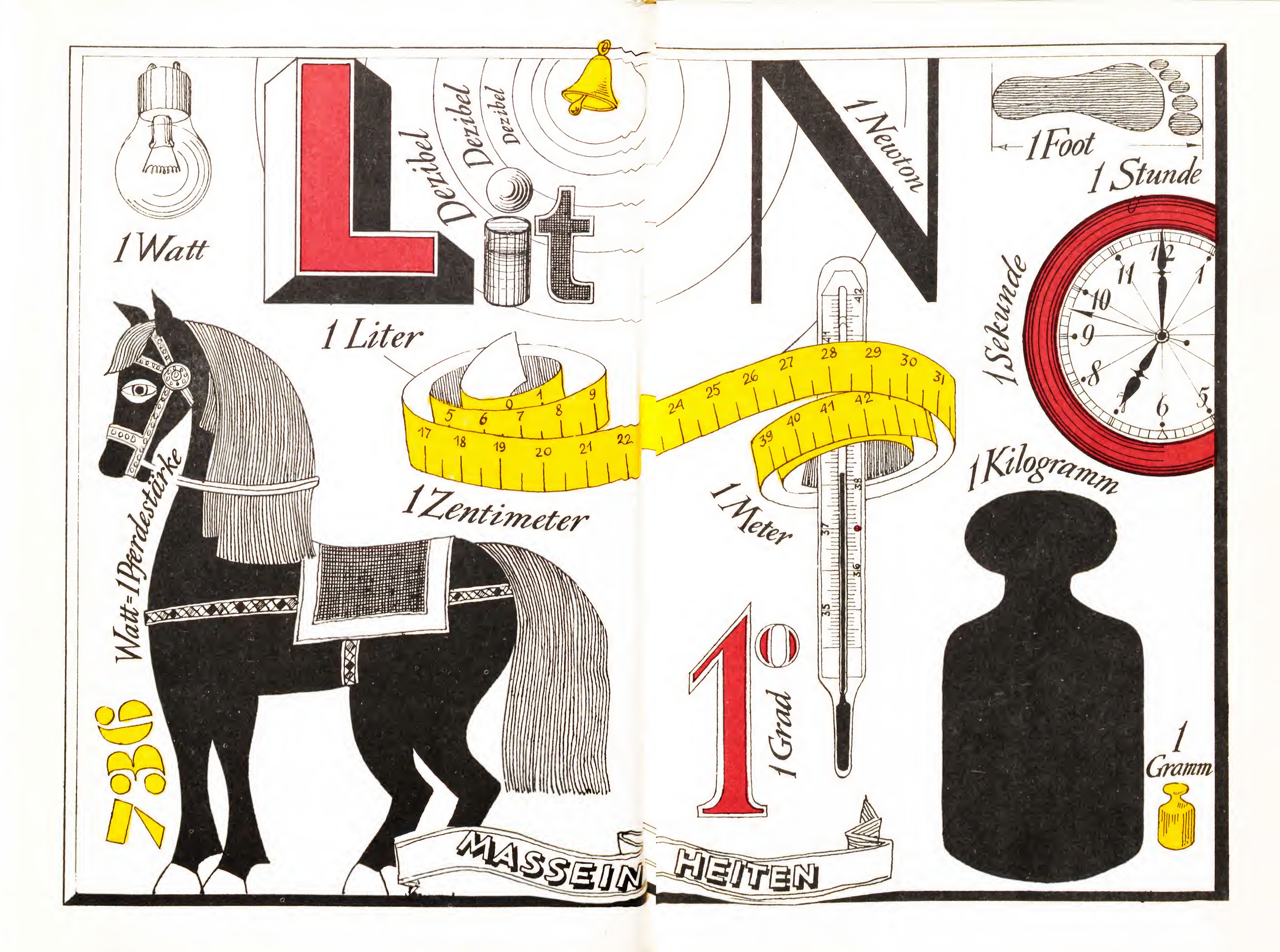
Um die Arbeit zu berechnen, muß man die Kraft- und die Längeneinheiten multiplizieren — d. h. Kilogramm und Meter.

Warum? Weil die Arbeit von zwei Ursachen bedingt ist: von Kraft und Wegstrecke. Je mehr Gewicht, desto mehr Arbeit. Doch auch ein geringes Gewicht fordert uns häufig harte Arbeit ab, wenn wir es nämlich weit fortbewegen müssen. Deshalb wird die Arbeit in Kilogrammetern gemessen.

Da wurde gerade im Rundfunk gemeldet: „Jetzt treten 736 Verwegene zum Zweikampf gegen ein Pferd an!" Schöner *Zwei*kampf — 736 gegen einen!

Die Menge bildete einen schmalen Korridor, und die Verwegenen eilten auf den Platz. Jeder trug eine elektrische Birne auf dem Kopf und hatte eine Aufschrift auf der Brust: „Watt". So wie Sportler die Aufschrift ihres Klubs tragen: „Spartak" oder „Dynamo".

Der Kapitän erklärte uns, daß Watt ebenfalls eine Maßeinheit sei. In Watt wird gewöhnlich keine Kraft, sondern die elektrische Leistung gemessen.


1 Watt
Lit
Dezibel
Dezibel
Dezibel
1 Newton
1 Foot
1 Stunde
1 Liter
1 Sekunde
1 Zentimeter
1 Meter
1 Kilogramm
736 Watt = 1 Pferdestärke
1°
1 Grad
1 Gramm
MASSEINHEITEN

Aber ist Leistung und Kraft nicht dasselbe? Keinesfalls! „Leistung", sagte der Kapitän, „ist eine Arbeit, die du in einer Zeiteinheit verrichten kannst — mit anderen Worten, es ist die Arbeitsgeschwindigkeit. Je höher die Leistung, desto weniger Zeit verbraucht man für die Arbeit."

Inzwischen wurde das Pferd herbeigeführt. So sieht das also aus! Ich sah zum ersten Mal ein lebendes Pferd, sonst kenne ich nur Autos, Flugzeuge und Raketen ... Das Pferd hatte einen Schwanz! Einen üppigen, langen und gestriegelten Schweif, als sei es gerade vom Friseur gekommen!

Die 736 verwegenen Watts packten diesen Schwanz und versuchten mit aller Kraft, das Pferd von der Stelle zu bewegen. Das Pferd aber war starrsinnig wie ein Esel (Esel habe ich oft gesehen!), und wollte nicht von der Stelle. Dem Schiedsrichter blieb nichts übrig, als das Spiel für Unentschieden zu erklären. Die Wattkämpfer liefen sofort weg, das Pferd aber ... Wie sich herausstellte, war das Pferd ebenfalls eine Maßeinheit. Man kann die Leistung nämlich nicht nur in Watt, sondern auch in Pferdestärke messen. Eine Pferdestärke ist eine Leistung, mit der man in einer Sekunde 75 Kilogramm einen Meter hoch heben kann! Diese eine Pferdestärke entspricht 736 Watt.

Plötzlich brach ein schrecklicher Lärm aus: Irgendwo wurde mit Hämmern auf Kochtöpfe geschlagen, Gleise wurden zersägt, Autos hupten und all dieses Getöse wurde von den Klängen eines Blasorchesters übertönt. Alle gerieten in Aufregung, doch da tauchten winzige Einheiten mit Kopfhörern auf; sie werden Dezibel — Schallstärke — genannt. Es waren sehr viele, und sie alle eilten dorthin, wo der Lärm herkam. Bald wurde es still, und die kleinen Einheiten mit ihren Kopfhörern kehrten auf den Platz zurück. Von ihnen erfuhren wir, daß dieses ganze Durcheinander böse Buben angezettelt hatten, die die Regel vergessen hatten, daß nicht mehr Lärm als 20 Dezibel zulässig ist. Sie aber hatten 150 Dezibel angestimmt! Der Steuermann Ypsilon wurde sehr böse auf sie: Er behauptete, daß Lärm nicht nur für die Ohren störend sei, sondern auch der Gesundheit schade, und machte dabei solchen Lärm, daß man sich am liebsten die Ohren zugehalten hätte!

Glücklicherweise trat gerade ein Redner aus der Menge — die Sekunde, die Einheit der Zeitmessung. Sie wandte sich mit einer Grußansprache an unseren Jubilar. Da die Sekunde eine sehr kurze Zeitspanne ist, gelang es dem Redner nur, folgendes Wort herauszubringen:

„Hurrakapitäneins!"

Kurz, aber ausdrucksvoll. Doch unser Kapitän übertrumpfte sie: Er sagte nämlich überhaupt nichts, hob nur die Arme, verschränkte die Hände und machte eine Bewegung, als würde er allen auf einmal die Hände schütteln. Die Bewohner des Kaps verstanden ausgezeichnet, was er sagen wollte. Sie winkten mit ihren Tüchern, warfen ihre Mützen in die Luft und stimmten die berühmte Hymne der Einheiten an:

„Ohne Einheit, höret mal,
Gäbe es gar keine Zahl,
Und sei sie noch so klein,
Es gäbe keine Zahl, nein nein!

Der Zahlen sind so viele, den Zahlen ist es eng,
Denn Zahlen gibt es ohne End.
Doch alle, das wissen große und kleine Leut,
Werden gebildet aus einer Einheit!

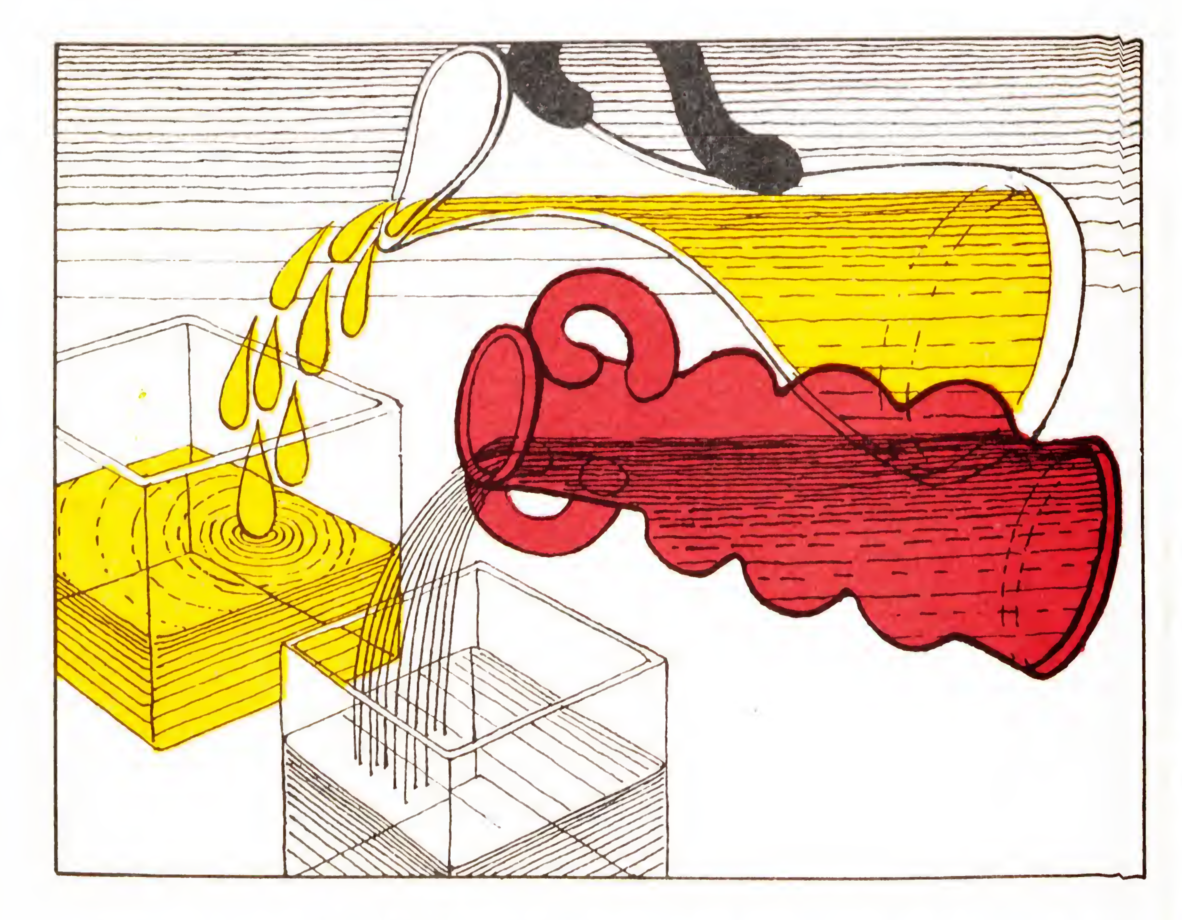
Um die Kraft der Meereswellen,
Wind und Vogelflug zu messen,
Müssen Einheiten uns helfen.
Flugs herbei und ran ans Werk!

Heute feiert der Entdecker
Neuer unbekannter Länder,
Unser hochverehrter Kapitän,
Unser Eins, den Ehrentag!"

Dann begann das Feuerwerk. Es war ungewöhnlich schön! Ich war so fröhlich und so müde (das habe ich wohl schon gesagt), daß ich in die Ka-a-jü-te ... kam, dies a-a-l-l-es ... aufschrieb und dann ins B-e-et-tt ... fiel ...

9. Nullter

Vom Regen in die Traufe



Heute kam unsere Fregatte durch eine Meerenge, die Volumen heißt. Es ist eine verhältnismäßig schmale Meerenge, und der Steuermann steuerte das Schiff recht langsam und dicht an der Küste entlang, damit man sehen konnte, was die Leute dort trieben.

Sie machten übrigens alle ein und dasselbe: Sie nahmen schöne Gefäße von unterschiedlicher Form und Größe, schöpften Wasser aus der Meerenge und gossen es in andere Gefäße um.

„He, Leute, dort an der Küste!" rief ich. „Was füllen Sie da dauernd um?"

„Wir messen das Fassungsvermögen der Gefäße aus!" antworteten sie.

„Was ist das — Fassungsvermögen?"

„Das Fassungsvermögen ist der Inhalt eines Gefäßes. Wir bringen in Erfahrung, wieviel Wasser jedes Gefäß faßt."

„Weshalb gießen Sie das Wasser aus einem Gefäß in ein anderes?"

Doch die Fregatte war schon recht weit von der ersten Menschengruppe entfernt, und andere Umgießer antworteten mir:

„Anders läßt sich der Rauminhalt so eines eigenartigen Gefäßes nicht berechnen!"

Komische Käuze! Einmal berechnen sie das Fassungsvermögen und einmal den Rauminhalt?

Doch die komischen Käuze lachten und sagten, daß das Fassungsvermögen des Gefässes eben gerade dem Rauminhalt entspricht bzw. sein Volumen ausmache.

„Wie finden Sie dieses Volumen heraus?"

Aber wir waren schon weiter gefahren und abermals antworteten mir andere Leute. Am Ende unseres Wanderergesprächs, als wir die Meerenge verließen, hatte ich folgendes in Erfahrung gebracht:

Das Volumen eines Gefäßes läßt sich auf mathematischem Weg nur dann berechnen, wenn das Gefäß eine regelmäßige geometrische Form besitzt. Das Volumen anderer Gefäße zu berechnen, ist äußerst schwierig. Deshalb muß man sich einer List bedienen. Man füllt in so ein „kompliziertes" Gefäß Wasser und gießt es in ein anderes Gefäß um, dessen Volumen sich leichter berechnen läßt. Am besten eignet sich dafür ein Gefäß in Form eines Würfels. Was ein Würfel ist, weiß jedes Kind. Ein Würfel ist ein geometrischer Körper mit sechs völlig gleichen Seiten, genauer gesagt, Flächen. Jede dieser Flächen bildet ein Quadrat. Das Quadrat aber ist, wie wir wissen, seitengleich.

Wir stellen den Würfel auf einen Tisch. Die Fläche des Würfels, die auf dem Tisch steht, bezeichnen wir als Grundfläche des Würfels. Wir berechnen diese Grundfläche. Dafür müssen zwei Seiten miteinander multipliziert werden, wie das Mutter Hupotenuse getan hat. Dann multiplizieren wir die Grundfläche noch mit der Höhe des Würfels. So erhalten wir sein Volumen.

Selbstverständlich ist der Würfel nicht immer bis an den Rand mit Wasser gefüllt. Doch die Küstenbewohner an der Meerenge kümmert das nicht. Die Meßleute bestimmen rasch, welchen Stand die Flüssigkeit im Würfel erreicht hat, d. h. wie hoch sie gestiegen ist, und multiplizieren die gefundene Höhe mit der Grundfläche des Würfels. So ist das Volumen im Handumdrehen berechnet.

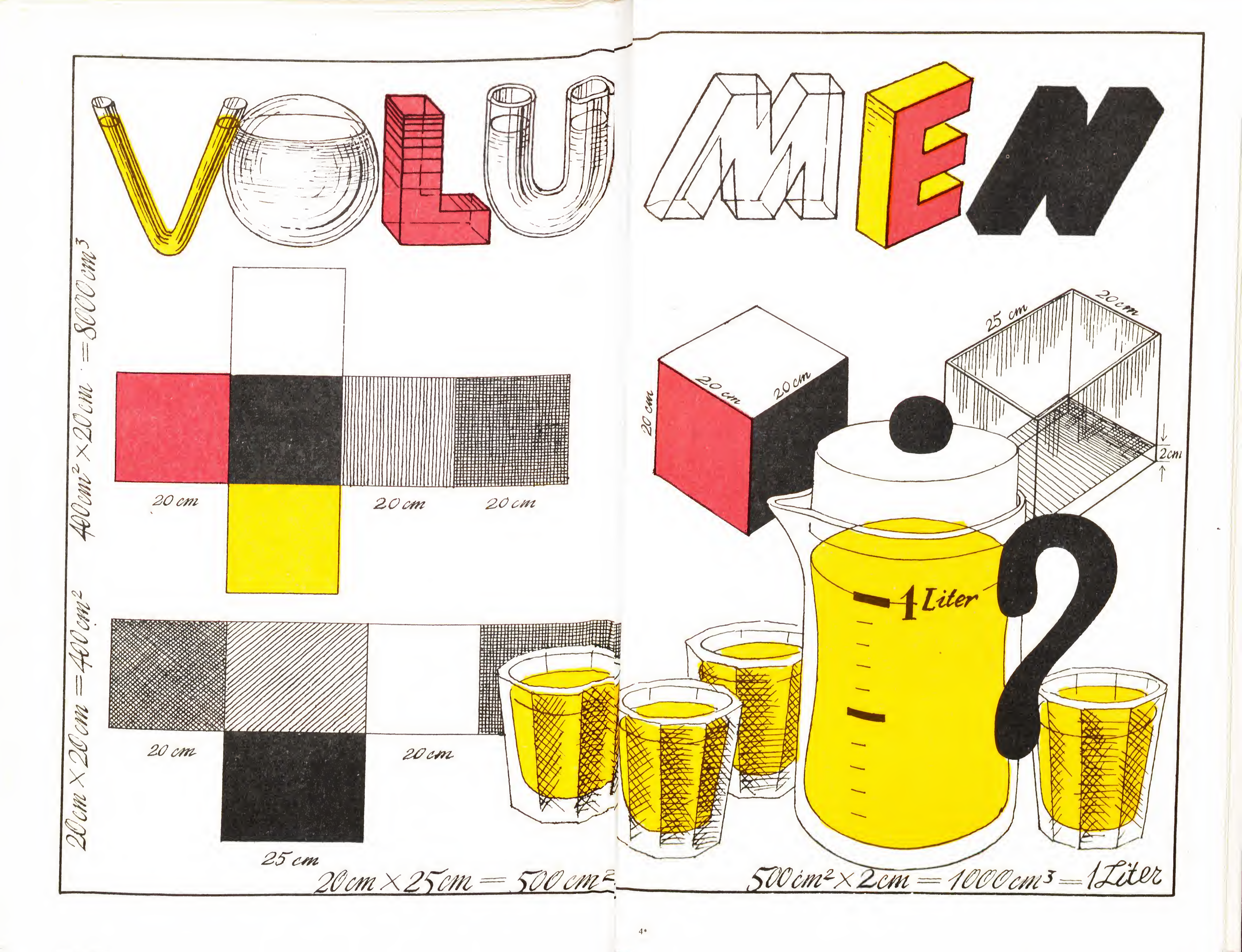
Ich konnte es gar nicht erwarten, selbst so einen Versuch zu machen, lief in die Kombüse, erklärte alles dem Koch und los ging's!

Der Koch nahm sofort eine Karaffe mit Apfelsinensaft aus dem Regal und sagte: „Gib mal den Würfel her!" Leicht gesagt — gib mal her! Woher sollte ich ihn nehmen? Zum Glück fiel mir ein, daß Steuermann Ypsilon neulich ein kleines Aquarium gefunden hatte, in dem er kleine Fische ansiedeln wollte.

Wir nahmen die Karaffe und rannten geradewegs in die Höhle des Löwen. Es versteht sich von selbst, daß der Löwe, will sagen der Steuermann, gerade Wache stand. Sonst wären wir nicht so mutig gewesen.

Der Steuermann stand also Wache, und das Aquarium stand auf dem Tisch. Der Koch goß den Apfelsinensaft ein, nahm ein Bandmaß aus der

4 1400


VOLUMEN
20 cm
20 cm
20 cm
400 cm² × 20 cm = 8000 cm³
20 cm
20 cm
25 cm
20 cm × 20 cm = 400 cm²
20 cm × 25 cm = 500 cm²
25 cm
20 cm
20 cm
20 cm
20 cm
2 cm
1 Liter
500 cm² × 2 cm = 1000 cm³ = 1 Liter

Tasche, und da ... da merkten wir, daß das Aquarium überhaupt kein Würfel war, weil seine Flächen nicht quadratisch waren.

Wir blickten einander an, kläglich und niedergeschlagen, und überlegten angestrengt, wie wir den Saft aus dem Aquarium in die Karaffe zurückgießen sollten. Ausgerechnet in diesem Augenblick näherten sich Schritte!

Wir hatten uns gerade hinter dem Vorhang versteckt, da betrat Ypsilon die Kajüte (hatten wir uns etwa in der Zeit geirrt oder hatte er früher als vorgesehen Wachablösung gehabt?). Als er sein Aquarium sah, stand er zunächst wie angewurzelt. Dann trat er an den Tisch, steckte einen Finger in die orangene Flüssigkeit und leckte ihn vorsichtig ab ...

Dem Schiffskoch und mir stockte vor Schreck der Atem, wir wären fast erstickt. Doch statt wütend zu werden, begann der Steuermann plötzlich zu lachen. Er lachte so laut, daß die Fensterscheiben klirrten. Da faßten wir natürlich Mut und kamen aus unserem Versteck. Das war richtig gewesen, denn Ypsilon half uns, dieses Umfangumen ... das Volumen der Karaffe zu berechnen. Die Tatsache, daß das Aquarium kein Würfel war, störte nicht im geringsten: Der Umfang eines rechteckigen Aquariums wird ja genauso berechnet wie der Umfang eines Würfels. (Das war uns überhaupt nicht in den Sinn gekommen!)

Jetzt ging alles wie geschmiert.

Zuerst berechneten wir die Grundfläche. Eine Fläche war 20 Zentimeter lang, die andere 25. Wir multiplizierten 20 und 25 und fanden heraus, daß die Grundfläche des Aquariums 500 Quadratzentimeter war. Dann maßen wir die Höhe. Das war sehr einfach, weil der Saft nur einen Stand von 2 Zentimeter erreicht hatte. Wir multiplizierten 500 mit 2 und stellten fest, daß das Volumen unserer Karaffe 1 000 Kubikzentimeter betrug:

$$500\,\text{cm}^2 \cdot 2\,\text{cm} = 1\,000\,\text{cm}^3$$

Das aber war nichts anderes als ein Liter.

Da fiel dem Koch ein, daß die Karaffe ein Liter Flüssigkeit faßte. Wir hätten also all diese Berechnungen gar nicht anzustellen brauchen!

Kapitän Eins gesellte sich zu uns, und wir tranken zu viert den unglückseligen Saft aus. Jeder bekam ein Glas voll.

10. Nullter — DIE SCHACHTEL DES HÖCHSTWERTS

Morgens befahl der Kapitän die Anker auszuwerfen, damit wir nicht ins Meer abgetrieben würden; wir werden auf der Reede liegen. An Land zu gehen ist gefährlich, denn hier gibt es Erdöl.

„Was die Tröge dort wohl sollen, und alle stehen offen?“ Ich redete schon in Versen.

Der Kapitän erwiderte, daß dies keine Tröge, sondern Rinnen seien, durch die das Erdöl fließt.

Ich staunte: Warum waren alle Rinnen offen? Der Kapitän erwiderte, daß das so die Mathematiker entschieden hatten, die hier leben.

So ein Blödsinn! Was haben hier Mathematiker zu suchen?

„Ganz einfach“, erklärte der Kapitän, „sie haben solche Rinnen entworfen. Aber was rede ich da? Sie haben sie nicht entworfen, sondern berechnet. Mit solchen Berechnungen beschäftigt sich die höhere Mathematik.“

„Eine feine Sache! Um ein Metallblech umzubiegen und eine Rinne herzustellen, braucht man die Mathematik und sogar die höhere?“ wollte ich wissen.

Der Kapitän schien meine Worte nicht gehört zu haben. Er reichte mir ein Glas mit Limonade, in dem ein Trinkhalm steckte. Auf den Trinkhalm verzichtete ich und leerte das Glas mit einem Schluck. Das ging schneller.

Der Kapitän fragte mich, warum es schneller ginge.

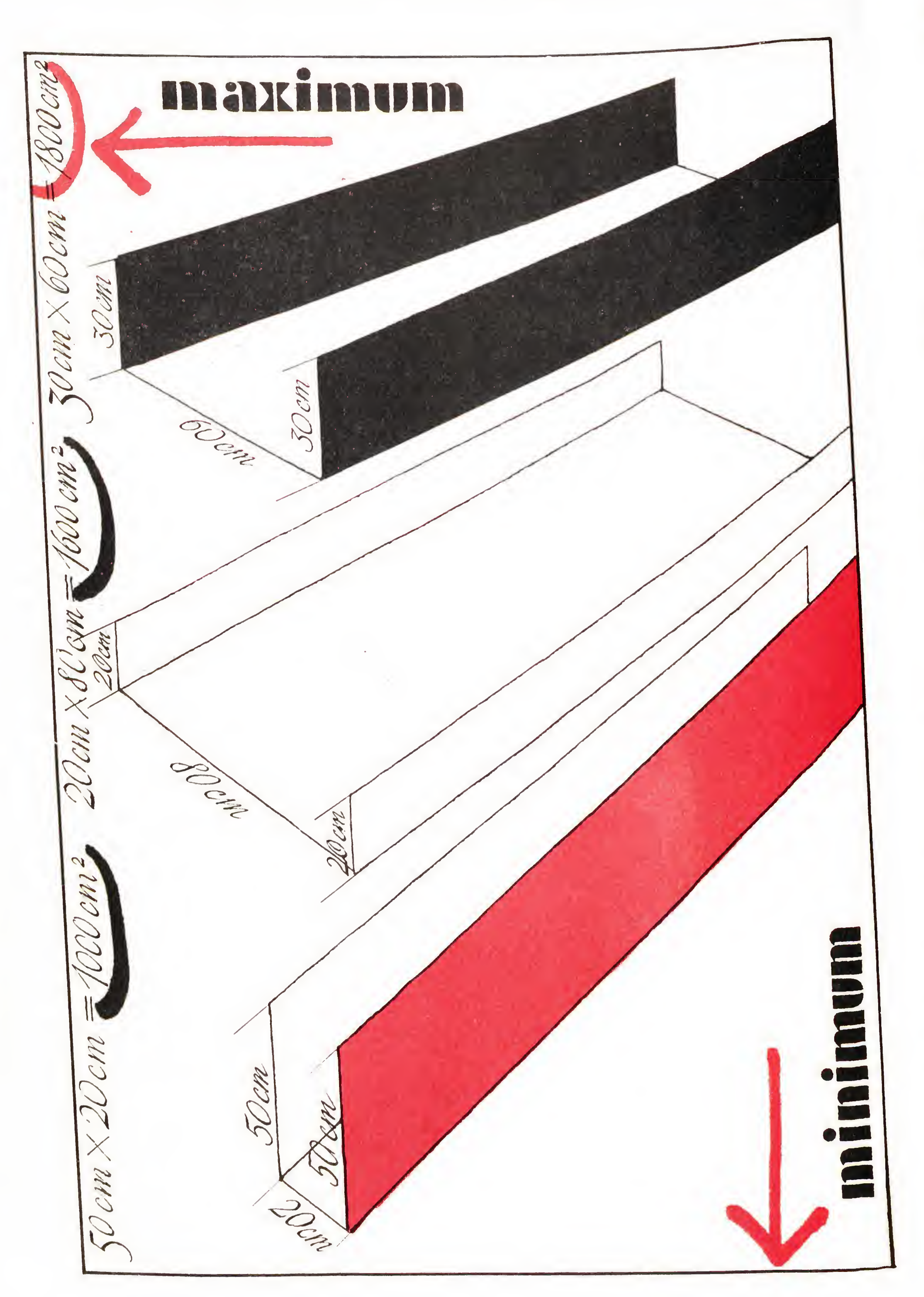
Das war doch klar: Der Trinkhalm hat eine zu kleine Öffnung.

Der Kapitän schnippte vor Vergnügen sogar mit den Fingern:

„Ah! Du verstehst also, daß das Erdöl durch eine große Öffnung rascher fließt. Je schneller aber das Erdöl durch die Rinnen läuft, um so vorteilhafter und wirtschaftlicher ist es. Hier kommt man ohne Mathematik nicht weiter.“

„Wieso?“ sagte ich. „Man braucht die Rinnen nur größer zu machen, und fertig ist der Lack.“

„Verstehst du“, entgegnete der Kapitän ruhig, „die Blechplatten werden in einer bestimmten Größe hergeschickt, sie sind 120 Zentimeter breit. Nun müssen sie so gebogen werden, daß, wie du sagst, ein Trog entsteht. Die Mathematiker begannen sich darüber Gedanken zu machen, wo dieser Knick am Vorteilhaftesten ist. Sie berechneten, daß er genau 30 Zentimeter von jedem Rand entfernt sein muß, so daß die Breite des Bodens 60 Zentimeter ausmacht. Die Querschnittfläche so einer Rinne, d. h. das Produkt



der Höhe der Rinne und der Breite des Bodens beträgt genau 1 800 Quadratzentimeter:

$$30\,\text{cm} \cdot 60\,\text{cm} = 1\,800\,\text{cm}^2$$

Eine größere Querschnittfläche läßt sich für eine Rinne aus so einer Blechplatte nicht herstellen."

Ich sagte, daß man das erst einmal nachprüfen müsse. Eine Blechplatte nehmen, sie von jeder Seite, in, sagen wir, 20 cm Entfernung einknicken müsse.

„Dann erhältst du eine Rinne mit einer Querschnittfläche von nur 1 600 Quadratzentimeter." Der Kapitän hatte es im Handumdrehen ausgerechnet.

$$20\,\text{cm} \cdot 80\,\text{cm} = 1\,600\,\text{cm}^2$$

Hm! Das war wirklich weniger als 1 800. Vielleicht müßte man nicht den Boden, sondern die Höhe der Rinne vergrößern? Von jeder Seite 50 Zentimeter einknicken und für den Boden 20 lassen? Doch wie sich herausstellte, würde die Querschnittfläche dadurch noch geringer werden — 1 000 Quadratzentimeter.

$$50\,\text{cm} \cdot 20\,\text{cm} = 1\,000\,\text{cm}^2$$

Weiß der Hai! Schwanz raus, Nase rein, Nase raus, Schwanz rein!

„Merkst du jetzt, wie schwer es ist, so eine Höhe der Rinne zu finden, wo die Querschnittfläche die größte ist, oder, wie die Mathematiker sagen, den *Höchstwert* hat?"

Dann muß man also die Rinne immer dreißig Zentimeter vom Rand entfernt einknicken?

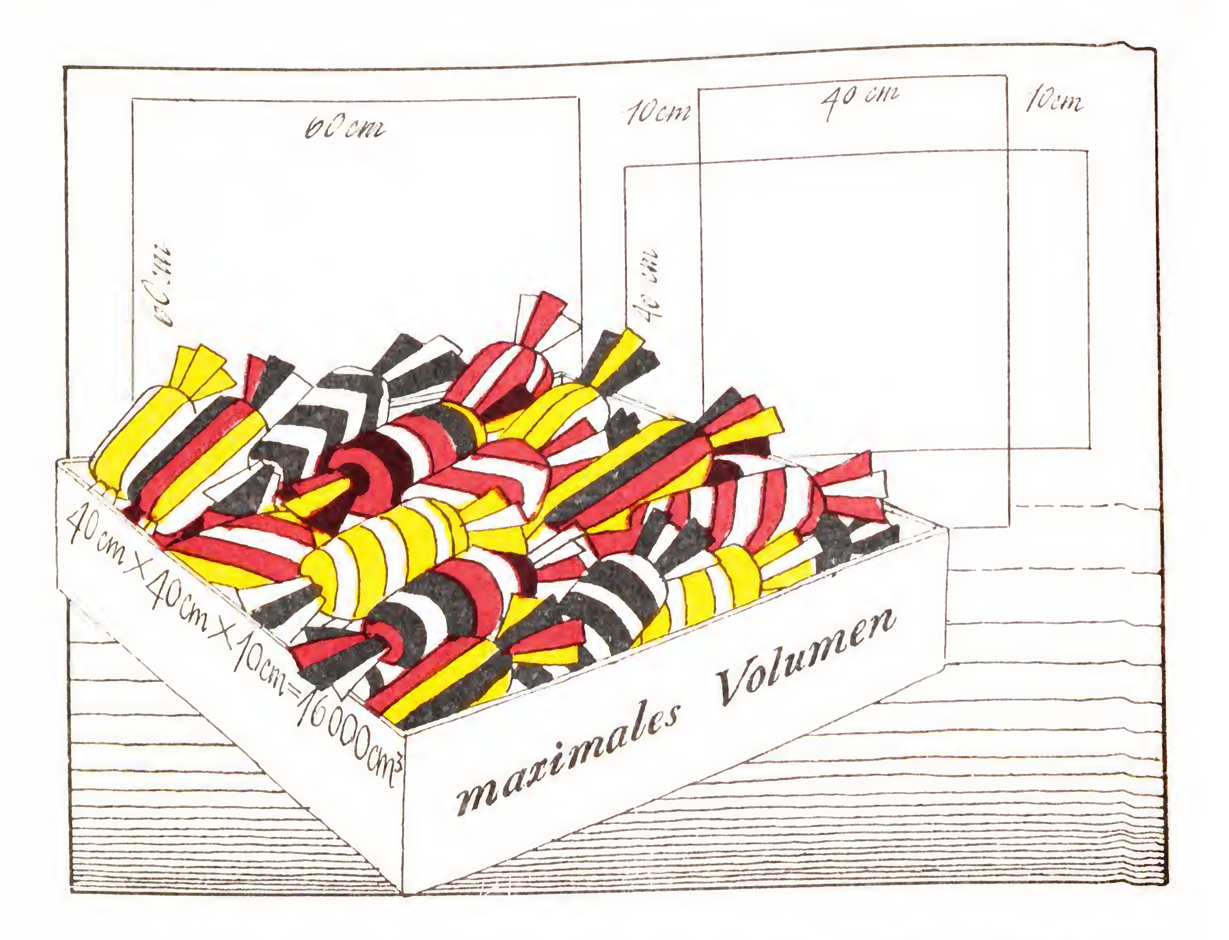
„Keinesfalls", entgegnete der Kapitän. „Nicht dreißig Zentimeter, sondern ein Viertel von der Breite. Bei einer Breite von 120 Zentimetern 30 Zentimeter, und bei einer Breite von 160 Zentimetern 40 Zentimeter vom Rand entfernt."

Höhere Mathematik ist also eine Wissenschaft, die sich mit Rinnen beschäftigt?

„Dummes Zeug", sagte der Kapitän. „Die höhere Mathematik beschäftigt sich nicht nur mit Rinnen, sondern mit Tausenden verschiedenen Fragen. Übrigens suchen die Mathematiker zuweilen nicht nach dem höchsten, sondern nach dem kleinsten Wert, dem *Kleinstwert*."

In diesem Augenblick bemerkte ich einen Mann, der an der Küste entlanglief, und zwar sehr schnell!

„Das ist ein Bote", erklärte der Kapitän. „Ich kenne ihn. Wahrscheinlich hat er vom Leiter der Hafenverwaltung einen dringenden Auftrag für die Fregatte."



„Weshalb läuft er dann an der Küste entlang?“ wollte ich wissen. „Er könnte doch schwimmen. Die kürzeste Entfernung zwischen zwei Punkten liegt ja auf der Geraden.“

Aber der Kapitän sagte, daß es hier nicht um die kürzeste Entfernung, sondern um den geringsten Zeitverlust ginge. Der Bote läuft schneller als er schwimmt.

Ich dachte, er würde so lange an der Küste entlanglaufen, bis er auf einer Höhe mit der Fregatte ist. Aber ich hatte mich wiederum getäuscht. Der Bote lief nur bis zu dem roten Fähnchen, das die Mathematiker am Ufer aufgestellt hatten und schwamm geradewegs auf unsere Fregatte zu. Die Mathematiker hatten genau errechnet, wo das Fähnchen aufgestellt werden mußte, damit der Bote ein Minimum an Zeit für seinen Weg brauchte.

Kurz darauf kletterte der Schwimmer an Deck und überreichte dem Kapitän eine von Wasser glänzende Zellophantüte. Sie war mit Konfekt gefüllt — ein verspätetes Geburtstagsgeschenk. Der Kapitän versprach dem Koch und mir, uns etwas davon abzugeben, aber unter einer Bedingung: Wir sollten aus einem Stück Karton die Schachtel mit dem größten Fassungsvermögen herstellen. Er gab uns auch gleich ein quadratisches Stück Karton, dessen eine Seite 60 Zentimeter lang war.

Keine Sorge! Das wird ein tolles Schächtelchen erster Sorte werden. Eine Schachtel, die den Höchstwert hat.

Doch das war gar nicht so leicht! Wir überlegten den lieben langen Tag, wie man aus einem Stück Karton eine Schachtel faltet, und beschlossen endlich, an jeder Ecke ein Quadrat mit einer Seitenlänge von je 10 Zentimeter auszuschneiden. Dann legten wir die Streifen um und klebten die Ränder aneinander. So entstand eine große Schachtel mit einem Fassungsvermögen von 16 000 Kubikzentimeter!

$$40 \cdot 40 \cdot 10 = 16\,000$$

Der Kapitän füllte die Schachtel ehrlich mit Konfekt und sagte, daß man aus diesem Karton unter keinen Umständen eine größere Schachtel machen könnte. Nur hätten es die Mathematiker wesentlich rascher gepackt. Sie hätten nicht herumgeraten wie wir, sondern hätten es einfach berechnet. Dafür hätten sie nicht länger als eine Minute gebraucht.

Aber wir waren zufrieden. Das Konfekt würde uns für lange Zeit reichen. Für einen ganzen Abend.

Wenn jemand nicht glaubt, daß unsere Schachtel den Höchstwert hat, so möge er es selbst versuchen!

11. Nullter

DIE KGN-KAPITÄNE LAUFEN SICH WARM

Hohe See. Weit und breit kein Land in Sicht. Es ist langweilig. Plötzlich tauchte Neptun aus dem Wasser auf und schwenkte seine Gabel. Ich dachte, er würde wieder zürnen, aber alles nahm ein gutes Ende. Die Fregatte legte die Anker aus, und das Orchester intonierte einen Tusch. Jetzt wird sicher gleich getanzt, vermutete ich. Aber kein Gedanke! Vielmehr fand eine Sitzung des KGN statt, des Klubs des Großen Neptun.

Neptun berief Kapitän Eins zum Richter. Er sollte Schiedsrichter sein beim Warmlaufen zweier Mannschaften — der Arithmetiker und der Algebraisten. Kapitäne dürfen nur von einem Kapitän gerichtet werden! Neptun sagte, daß das Warmlaufen hier beginne, im Ozean der Aufgaben, an der Grenze zweier Meere.

Ich sah ins Wasser, konnte aber keine Grenze erkennen. Ich hatte auch noch nie gehört, daß es in einem Ozean zwei Meere gibt!

Neptun erzürnte sich:

„Du hast in Geographie schlecht aufgepaßt, wenn du nicht weißt, daß zwei benachbarte Meere, das Rote Meer und das Arabische Meer, in einem, dem Indischen Ozean liegen! Ebenso liegen auch im Ozean der Aufgaben zwei Meere nebeneinander — das Arithmetische und das Algebraische."

Arithmetisches, das verstehe ich, aber Algi... Albri... das hörte ich zum ersten Mal. Doch ich schwieg. Ich fragte nur, warum man die Grenzpfähle nicht sähe? Neptun erwiderte, daß die Grenze zwischen diesen Meeren angenommen sei. Ihre Wasser vermischen sich. Die Bewohner beider Meere sind jedoch ganz unterschiedlich. Allerdings hindert sie das nicht daran, häufig einander zu besuchen.

Auf ein Zeichen von Neptun erschienen die Mannschaften. Da sah ich, daß die Arithmetiker Ziffern sind, die Algebraisten hingegen Buchstaben und zumeist lateinische.

Drei Seepferdchen aus dem Gefolge des Königs brachten jeweils einen Korallenpokal, und Neptun stellte den Kapitänen der Mannschaften drei Aufgaben.

„Die Aufgaben müssen schnell, geistreich und vor allem richtig gelöst werden!" sagte er. „Also paßt auf. Ihr habt drei Pokale vor euch stehen. Ich habe sie meinen drei Töchtern geschenkt und in jeden Pokal ein paar große Perlen gelegt. Meiner ältesten Tochter gelang es, ihren Reichtum zu verdreifachen, worauf sie ihrem Sohn vier Perlen schenkte. Jetzt hat sie noch 20 Perlen in ihrem Pokal. Meine mittlere Tochter hat das, was ich ihr geschenkt habe, nur verdoppelt und anschließend ihrem Sohn 5 Perlen geschenkt. Jetzt liegen im Pokal noch 7 Perlen. Meine jüngste Tochter hat mein Geschenk nicht vergrößern können, sondern hat noch die zwei

größten Perlen im Meer verloren. Deshalb hat sie nur noch 3 im Pokal. Jetzt frage ich euch: Wie viele Perlen habe ich jeder Tochter geschenkt? Ich stoppe die Zeit. Start!"

Noch war keine Minute vergangen, da verkündete der Kapitän der Algebraisten, daß die Aufgabe gelöst sei. Der Kapitän der zweiten Mannschaft zögerte noch. Doch Neptun rief „Stopp!", und jener reichte dem Schiedsrichter seine Lösung.

Kapitän Eins sagte, daß beide Kapitäne die Aufgabe richtig gelöst hätten, doch, da der Kapitän der Arithmetiker als zweiter geantwortet habe, möge er nun als erster sprechen.

„Oh, Großer Neptun", der Kapitän der Arithmetiker verneigte sich tief. „Ich beginne mit dem ersten Pokal. Wenn deine älteste Tochter in ihrem Pokal 20 Perlen zurückbehalten hat, nachdem sie ihrem Sohn 4 geschenkt hat, dürfte man annehmen, daß sie zuvor 24 Perlen hatte. Da sie dein Geschenk verdreifacht hat, hast du ihr also 8 Perlen geschenkt.

Ich komme zum zweiten Pokal. Er enthält gegenwärtig 7 Perlen. Aber 5 waren an deinen Enkel verschenkt worden. Also waren zuvor 12 Perlen im Pokal. Da aber die mittlere Tochter ihren Reichtum verdoppelt hat, so hast du ihr folglich 6 Perlen geschenkt.

Schließlich liegen im Pokal der jüngsten Tochter gegenwärtig 3 Perlen. Sie hat ihren Reichtum weder verdoppelt noch verdreifacht, sondern hat im Gegenteil zwei Perlen verloren. Folglich hattest du ihr nur 5 Perlen geschenkt."

„Genauso ist es gewesen!" bestätigte Neptun.





Nun kam die Reihe an den Kapitän der Algebraisten. Doch der begann nicht zu erklären, sondern veranstaltete mit seiner Mannschaft eine Art Massentanz. In einer Hand hielt er ein Minuszeichen, in der anderen ein Gleichheitszeichen. Sofort schwammen mehrere lateinische Buchstaben zu ihm: a, b, c, x. Sie drehten sich hin und her, dann nahm der Buchstabe b ihm das Minuszeichen ab, der Buchstabe c das Gleichheitszeichen, und sie stellten sich folgendermaßen auf:

$$ax - b = c$$

Die Fans spendeten begeistert Beifall. Ehrlich gesagt, begriff ich nicht, warum. Erstens war es eine seltsame Lösung. Zweitens war es nur eine. Neptun aber hatte drei Aufgaben gestellt!

„Das ist es ja gerade", sagte der Kapitän der Algebraisten, daß unsere Lösung für alle drei Aufgaben zutrifft. Ich muß Ihnen sagen, verehrter Klein-Null, daß wir Algebraisten alle Aufgaben mit Hilfe von Buchstaben lösen. Dadurch können wir gleich für mehrere und manchmal sogar für viele ähnliche Aufgaben die Lösung finden. Hier sind uns solche ähnlichen Aufgaben gestellt worden. Alle Töchter haben vom Vater Geschenke bekommen. Die unbekannte Anzahl der Perlen, die jede von ihnen geschenkt bekam, bezeichne ich mit dem Buchstaben x. Alle Töchter haben ihren Reichtum vergrößert: eine um das Dreifache, die andere um das Doppelte, nur die dritte um das Einfache (d. h., was sie hatte, ist ihr geblieben). Diese Zahl bezeichne ich mit dem Buchstaben a. Jede Tochter hat eine gewisse Anzahl von Perlen entweder verschenkt oder verloren. Folglich hat sie etwas von ihrem Reichtum eingebüßt. Diese Zahl bezeichne ich mit dem Buchstaben b, das aber, was in jedem Pokal zurückblieb, mit dem Buchstaben c. Auf diese Weise gelangte ich zu der Ihnen bereits bekannten Lösung:

$$ax - b = c$$

Jetzt wollen wir die Gleichheit der Zahlen herstellen:

$$3x - 4 = 20$$
$$2x - 5 = 7$$
$$1x - 2 = 3$$

„Aber wo ist denn nun die Antwort?" rief ich aufgeregt.

„Wie immer resultiert sie aus der Lösung. Im ersten Fall ist $x = (20 + 4):3 = 8$, im zweiten $x = (7 + 5):2 = 6$, im dritten $x = (3 + 2):1 = 5$.

Der Schiedsrichter sagte, daß beide Lösungen richtig seien, aber die Lösung der Algebraisten sei die bessere: Wenn Neptun nicht drei, sondern eine Million Töchter hätte, so wäre sie für alle gültig gewesen!

Damit endete der Bericht vom Wettkampf der KGN-Mannschaften aus technischen Gründen: Ich wurde zu Bett geschickt.

12. Nullter

EIN UNERWARTETES GESCHENK

Heute habe ich frei, ich brauche keine Mathematik zu machen. Deshalb haben wir mit dem Schiffskoch beschlossen, an den Masten hochzuklettern. Erst erklärte mir Pi die Namen der Masten und der Segel. Das kann ich einmal gebrauchen, wenn ich Kapitän werde.

Der Mast unmittelbar am Bug der Fregatte heißt Fockmast. Wir kletterten nicht daran hoch, weil es noch den Großmast gibt. Er ist der höchste und befindet sich in der Mitte des Schiffs. Oben weist er eine kleine Fläche auf mit der seltsamen Bezeichnung „Mars" (hier trifft man auf Schritt und Tritt Neptun oder Mars). Vom Marssegel, so sagt man, habe man einen schönen Ausblick. Aber wir sind nicht hinauf geklettert, weil es uns dort zu gruselig war. Der Mast am Heck heißt Besan. Er ist niedrig. Deshalb macht es keinen Spaß, daran hochzuklettern. Kurz gesagt, wir blieben auf dem Deck. Schließlich sieht man von hier aus sehr gut alle Segel.

Jedes Segel hat seinen Namen. Je höher es ist, desto länger ist sein Name. Das liegt daran, daß die Segel an den Masten befestigt sind und die Masten wiederum aus mehreren Teilen (Stengen) bestehen.

Die erste Stufe des Mastes heißt einfach Mast, die zweite Bramstenge, die dritte Oberbramstenge. Der Name des Segels hängt davon ab, an welchem Mast und an welcher Stenge es befestigt ist. Beispielsweise das Großoberbram-Stagsegel. Das bedeutet, das Segel mit Namen Stagsegel befindet sich am Großmast, an seiner Oberbramstenge, d. h. ganz hoch oben.

Die Segel hier sind drei- und viereckig und noch irgendwie ... Das Stagsegel ist ein dreieckiges Segel und hängt vor dem Großmast. Es gibt auch noch ein anderes dreieckiges Segel, das Toppsegel. Es wird immer mit den Beinen nach oben und dem Kopf, d. h. mit der Spitze, nach unten gehängt. So viel habe ich schon gelernt. Ich muß wirklich Kapitän werden. Sonst gehen alle meine Kenntnisse sinnlos verloren.

Weil wir nichts weiter zu tun hatten, begannen der Koch und ich verschiedenstimmig zu singen „Stagsegel-Toppsegel, Toppsegel-Stagsegel ...". Die Fregatte bereitete inzwischen ein Rendezvousmanöver vor. So bezeichnet man das Zusammentreffen zweier Schiffe. Heute sollen wir mit einem Schoner zusammentreffen, an dessen sieben Masten alle Segel schief sind. (Pi sagt, daß sich das für einen Schoner so gehöre.) Er kehrt aus fernen südlichen Meeren in die Bucht A zurück und hat es sehr eilig. Deshalb war unser Treffen nur kurz.

Der Kapitän des Schoners kam zu uns an Deck und beriet sich mit Kapitän Eins. Ich wollte nicht stören. Doch als ich mich umdrehte, um in die Kajüte zu gehen, packte mich jemand zuerst am linken und dann am rechten Bein. Ich fiel hin und war natürlich sehr ärgerlich. Als ich aufstand, erblickte ich ... zwei kleine possierliche Äffchen. Da war gleich mein ganzer Ärger vorbei! Die Äffchen begannen mit mir zu spielen, sie kitzelten mich mit ihren Fingern in den Ohren und in der Nase ... Ich lachte, wimmelte sie ab, preßte sie dann fest in meine Arme und wollte sie um nichts auf der Welt freigeben. Kapitän Eins befahl mir, umgehend die Affen dem Kapitän des Schoners zurückzugeben. Doch der sagte, daß er es gewöhnt sei, Freunden zu schenken, was ihnen gefällt. Und stellt euch vor, er vermachte mir die Äffchen für immer. Ich war vor Freude so hin, daß ich ganz vergaß, ihm zu danken. Gut, daß Eins mir zublinzelte! Ich faßte mich und dankte so lange, daß man mich unterbrechen mußte. Dann nahm ich meine Äffchen und lief in die Kajüte.

Zusammen mit dem Schiffskoch überlegten wir uns Namen für die Äffchen: Stagsel und Toppsel. (Nicht von ungefähr hängt Toppsel bei mir an der Lampe mit dem Kopf nach unten.) Abgekürzt heißen sie Stags und Topps.

13. *Nullter* AUF DER KREIS-INSEL

Schiffbruch! Koffer, Karaffen, Gläser — alles fliegt durch die Kajüte. „Mama!" rufe ich und erwache.

Tatsächlich wurden Koffer, Karaffen, Gläser und mit ihnen Stags und Topps durch die Kajüte geschleudert. Ich schlüpfte im Handumdrehen in die Kleider, fing mit Mühe die Äffchen und stürzte Hals über Kopf an Deck.

„Endlich, du alte Schlafmütze!" rief mir Pi im Laufen zu. „Hättest beinahe eine fantastische Insel verpennt."

Richtig! Von dieser Insel hatte uns gestern noch der Kapitän erzählt, und wollte man seinen Erzählungen glauben, so würde es dort nicht langweilig sein.

Wollt ihr wissen, was das für eine Insel ist? Stellt euch eine riesige Schallplatte vor, die auf einem Plattenteller liegt. Nur in ihrer Mitte, dort, wo der Stift sein müßte, ragte ein hoher spitzer Turm auf. Das war das Rathaus. Von ihm gingen strahlenförmig gerade Straßen aus. Sie alle führten zum Meer. Damit die Inselbewohner nicht aus Versehen ins Wasser fielen, war um die gesamte Region eine rote Trosse gezogen. Diese Trosse hatte ich schon vom Meer aus gesehen, und sie imponierte mir mächtig.

„Schaut nur, schaut, was für ein schöner roter Kreis!" schrie ich.

„Das ist kein Kreis", widersprach Eins ruhig. „Das ist eine Kreislinie."

Na, ich sagte sehr höflich, daß mir das einerlei sei: Kreis oder Kreislinie. Doch der Kapitän erklärte noch höflicher, daß ich Blödsinn rede. Eine Kreislinie ist eine geschlossene Linie, deren Punkte alle den gleichen Abstand vom Mittelpunkt haben. Ein Kreis aber ist ein Teil der Ebene, die von der Kreislinie begrenzt ist.

Als wir an Land gingen, beschlossen der Schiffskoch und ich sofort, uns auf den Weg zum Rathaus zu machen. Wir fragten den ersten, der uns entgegenkam, wie man am schnellsten dorthin gelange. Der Mann sah uns befremdet an:

„Wißt ihr denn nicht, daß auf der Kreis-Insel alle Straßen, die von der Küste zum Rathaus führen, von völlig gleicher Länge sind?"

„Haha! Vielleicht erzählen Sie uns noch, daß sie auch alle den gleichen Namen haben?" scherzte ich.

„Natürlich!" entgegnete der Passant unerschütterlich und betrachtete neugierig Stags und Topps, die aus unseren Taschen lugten. „Diese Straßen heißen Radien, und wir unterscheiden sie nach Nummern."

„Haben Sie viele solche Straßen?" erkundigte sich Pi.

„Wir haben zwölf", antwortete der Andere. „Aber im Grunde genommen kann man im Kreis so viele Radien ziehen, wie man will."

Stags und Topps waren es indes überdrüssig geworden, so eingesperrt zu sitzen. Sie brachen aus und rasten wie wild über den frischen, gleichmäßig geschnittenen Rasen, der die gesamte Fläche zwischen zwei benachbarten Straßen ausfüllte. Während sie sich tummelten, traten der Schiffskoch und ich verlegen von einem Fuß auf den anderen, denn wir erwarteten große Unannehmlichkeiten. Doch nichts dergleichen geschah. Vielmehr schien es, als wären die Inselbewohner über die Möglichkeit umherzutoben außerordentlich erfreut, und sie begannen mit den Affen übermütig zu spielen.

„Tut es Ihnen nicht leid, einen so gepflegten Rasen niederzutrampeln?" fragte ich einen von ihnen.

Doch er zuckte nur mit den Schultern.

„Der Rasen ist doch dazu da, daß man sich auf ihm tummelt. Wir haben auf allen Sektoren ein besonderes Gras ausgesät, das läßt sich gar nicht niedertreten."

„Was für Sektoren?" fragte Pi neugierig.

Der Mann sah ihn mitleidig an:

„Ihr seid mir ja schöne Touristen! Wißt nicht einmal, daß ein Sektor der Teil des Kreises ist, der sich zwischen zwei Radien befindet."

„Dann ist Ihre Insel also in 12 Sektoren unterteilt", sagte ich. (Er sollte bloß nicht denken, daß wir überhaupt keine Ahnung haben.)

„Das könnt ihr wohl annehmen." Unser Gesprächspartner lächelte spöttisch. „Wo 12 Radien sind, da sind auch 12 Sektoren. Und wie ihr seht, sind sie, auch Kreisausschnitte genannt, bei uns alle gleich."

„Wart mal, Nullchen, davon haben wir doch schon gehört", mischte sich Pi in die Unterhaltung. „Weißt du noch, als wir an der Insel vorbeigekommen sind, wo Mutter Hypotenuse wohnt, hat uns der Kapitän doch von der Uhr erzählt. Jetzt merke ich, daß die Kreis-Insel große Ähnlichkeit mit einem Zifferblatt hat. Das Zifferblatt ist doch auch in 12 Teile unterteilt. Und dann — die Zeiger sind eben solche Radien, deren Spitzen sozusagen Kreislinien ziehen."

„Nur sind die Kreise wahrscheinlich verschieden", mutmaßte ich. „Der Stundenzeiger ist doch kürzer als der Minutenzeiger, folglich ist auch der Kreis, den er beschreibt, kleiner."

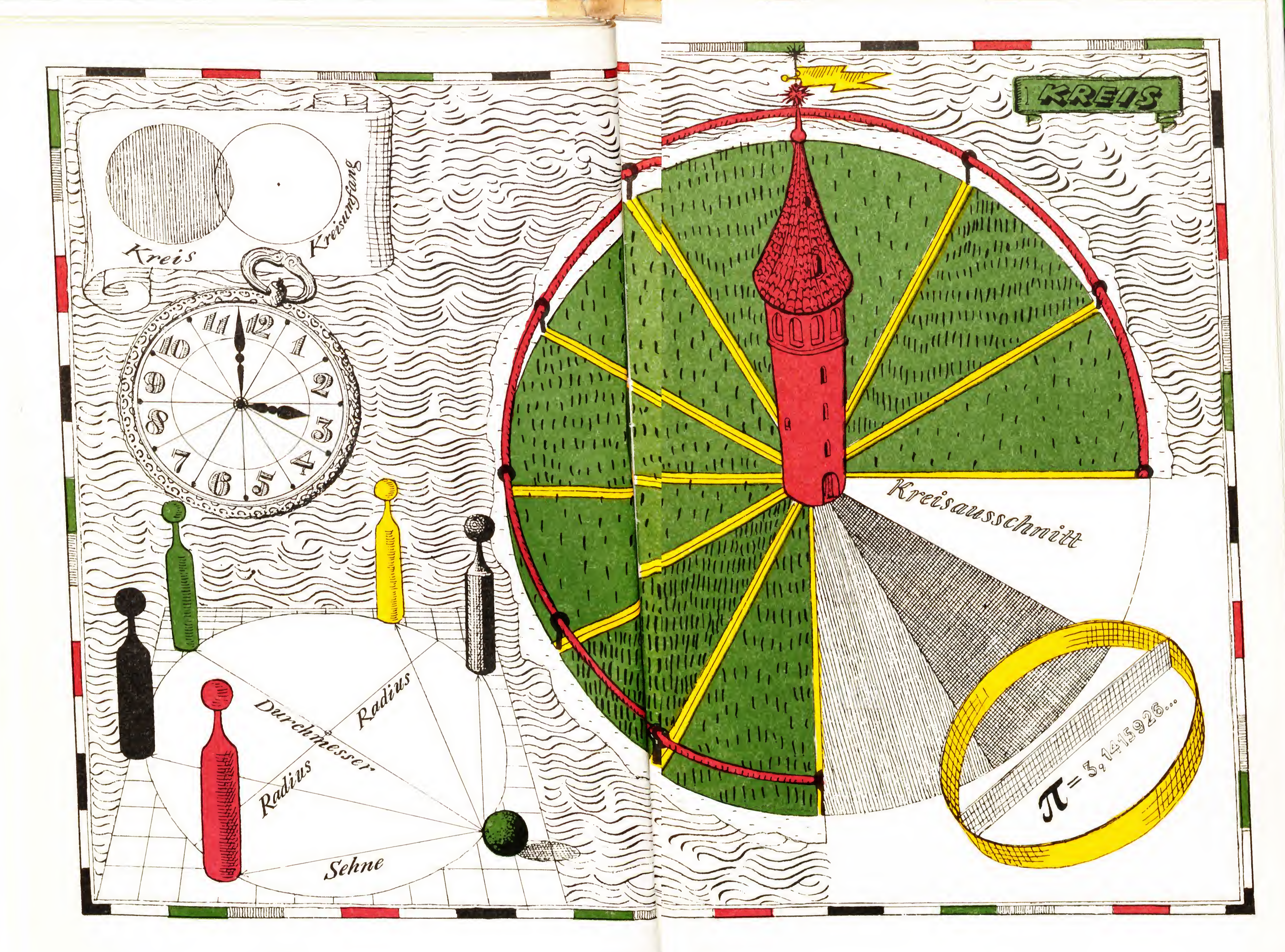
„Schaut euch mal die beiden an!" Unser Gesprächspartner lachte. „Die kapieren sogar etwas."

Sein Lob beflügelte uns derart, daß wir uns daran machten, alles zu kapieren. Erstens, erinnerten wir uns daran, daß der Zeiger bei einem vollen Umlauf einen Winkel von 360 Grad beschreibt. Da es auf der Insel 12 gleiche Sektoren gab, ließ sich unschwer errechnen, daß der Winkel zwischen zwei benachbarten Straßen 30 Grad betrug. Zweitens ...

Zweitens gab's nicht, denn da kam der Kapitän und nahm uns zur Besichtigung des Rathauses mit.

Von außen sah der Turm wie jeder andere aus: rund, mit Spitze und

5 1400


KREIS
Kreis
Kreisumfang
Durchmesser
Radius
Radius
Sehne
Kreisausschnitt
$\pi = 3{,}1415926...$

selbstverständlich mit einer Wetterfahne obendrauf. Wie aus einem Märchen von Andersen. Dafür war es von innen ein hochmodernes Gebäude. Ein Schnellift brachte uns im Handumdrehen zum höchsten Stockwerk.

Hier kegelten die Besucher in einem runden Saal. Nur waren die Kegel nicht in einer Reihe aufgestellt, sondern im Kreis. Der Spieler stellte sich auf die Kreislinie, verkündete, welchen Kegel er umstoßen wolle und ließ eine Kugel über den Boden rollen. Wenn er ins Ziel traf, bekam er einen Preis. Der Preis war umso größer, je weiter entfernt der bezeichnete Kegel stand und je größer folglich die Strecke auf der Geraden war, auf der der Ball rollte. (Der Kapitän sagte, daß diese Strecke als Sehne bezeichnet wird.) Den größten Preis bekam derjenige, der den Kegel umstieß, der am weitesten entfernt stand — in diesem Fall rollte die Kugel ja auch auf der längsten Sehne entlang. Sie heißt Durchmesser und teilt den Kreis in zwei gleiche Teile.

„Aber der Durchmesser — das sind doch zwei Radien!" sagte Pi nachdenklich.

„Eine feinsinnige Bemerkung", fand einer der Spieler (wie sich herausstellte, war er der Spielmeister). „Nehmen Sie deshalb dieses kleine Geschenk von uns entgegen."

Er reichte dem Schiffskoch einen glänzenden Metallreifen, den ein Durchmesser durchzog.

„Herzlichen Dank!" Pi wurde ganz verlegen. „Ein dufter Reifen ... Aber was soll ich mit dem anfangen?"

„Das müssen Sie schon selbst sehen, verehrter Pi. Sie haben schließlich ein Gerät zum Messen des Kreisumfangs vor sich!"

Der Spielmeister nahm dem verdutzten Schiffskoch den Reifen aus der Hand, bog ihn gerade und fing geschickt das herausfallende Stöckchen, den Durchmesser, mit den Händen auf.

„Der Durchmesser Ihres Reifens", sagte er, „ist gleich ein Meter. Sie können hier die Teilungen sehen: Zentimeter und Millimeter. Wollen Sie nicht mit Hilfe dieses Durchmessers die Länge des Reifens berechnen?"

Pi nahm den Durchmesser und legte ihn an der geradegezogenen Kreislinie an. Das mußte er dreimal machen, doch eine kleine Strecke blieb dabei unausgemessen. Pi versuchte, ihre Länge zu bestimmen, aber vergebens.

„Ungefähr vierzehneinhalb Zentimeter", sagte er endlich unsicher.

„Das ist zu viel", entgegnete der Spielmeister.

„Dann sagen wir vierzehn."

„Das ist nun wieder zu wenig ..."

„Na, dann eben vierzehn und zwei Zehntel."

„Wiederum zu viel."

„Was wollen Sie eigentlich von mir?" der Koch wurde wütend. „Mal ist's zu viel, mal ist's zu wenig ... Genauer kann ich's nicht!"

Alle im Saal lachten.

„Beruhigt euch", sagte der Spielmeister. „Das gelingt nämlich keinem.

Der Kreisumfang und der Durchmesser stehen in einem sehr komplizierten Verhältnis. Deshalb hat man sich geeinigt, es mit ..." Hier machte der Spielmeister eine bedeutungsvolle Pause, „mit dem Buchstaben Pi zu bezeichnen!"

Da staunten wir vielleicht!

„Ich sehe", der Spielmeister wandte sich an Pi, „Sie haben das nicht gewußt. Ich freue mich deshalb, Ihnen die Entstehung Ihres Namens erklären zu dürfen. Bitte merken Sie sich: Der griechische Buchstabe Pi — π — bezeichnet die Zahl, die angibt, wie viele Male der Durchmesser auf seine Kreislinie paßt. Es ist nicht möglich, Pi genau zu errechnen, aber ungefähr entspricht es drei Ganzen und vierzehn Hundertstel."

Der Spielmeister verneigte sich und trat zur Seite, der Schiffskoch aber wußte sich gar nicht zu lassen vor Freude und Verlegenheit. Seine Ohren glühten so, daß der Kapitän es für besser hielt, sie ein wenig abzukühlen. Darum führte er uns auf den Turm.

Hier aßen wir in einem gemütlichen Café Eis und genossen den schönen Ausblick. Stags und Topps erquickten sich unterdessen an Bananen.

Was weiter geschah, will ich hier nicht erzählen: Dieser Kreis ließ meinen Kopf regelrecht kreisen!

selbstverständlich mit einer Wetterfahne obendrauf. Wie aus einem Märchen von Andersen. Dafür war es von innen ein hochmodernes Gebäude. Ein Schnellift brachte uns im Handumdrehen zum höchsten Stockwerk.

Hier kegelten die Besucher in einem runden Saal. Nur waren die Kegel nicht in einer Reihe aufgestellt, sondern im Kreis. Der Spieler stellte sich auf die Kreislinie, verkündete, welchen Kegel er umstoßen wolle und ließ eine Kugel über den Boden rollen. Wenn er ins Ziel traf, bekam er einen Preis. Der Preis war umso größer, je weiter entfernt der bezeichnete Kegel stand und je größer folglich die Strecke auf der Geraden war, auf der der Ball rollte. (Der Kapitän sagte, daß diese Strecke als Sehne bezeichnet wird.) Den größten Preis bekam derjenige, der den Kegel umstieß, der am weitesten entfernt stand — in diesem Fall rollte die Kugel ja auch auf der längsten Sehne entlang. Sie heißt Durchmesser und teilt den Kreis in zwei gleiche Teile.

„Aber der Durchmesser — das sind doch zwei Radien!" sagte Pi nachdenklich.

„Eine feinsinnige Bemerkung", fand einer der Spieler (wie sich herausstellte, war er der Spielmeister). „Nehmen Sie deshalb dieses kleine Geschenk von uns entgegen."

Er reichte dem Schiffskoch einen glänzenden Metallreifen, den ein Durchmesser durchzog.

„Herzlichen Dank!" Pi wurde ganz verlegen. „Ein dufter Reifen ... Aber was soll ich mit dem anfangen?"

„Das müssen Sie schon selbst sehen, verehrter Pi. Sie haben schließlich ein Gerät zum Messen des Kreisumfangs vor sich!"

Der Spielmeister nahm dem verdutzten Schiffskoch den Reifen aus der Hand, bog ihn gerade und fing geschickt das herausfallende Stöckchen, den Durchmesser, mit den Händen auf.

„Der Durchmesser Ihres Reifens", sagte er, „ist gleich ein Meter. Sie können hier die Teilungen sehen: Zentimeter und Millimeter. Wollen Sie nicht mit Hilfe dieses Durchmessers die Länge des Reifens berechnen?"

Pi nahm den Durchmesser und legte ihn an der geradegezogenen Kreislinie an. Das mußte er dreimal machen, doch eine kleine Strecke blieb dabei unausgemessen. Pi versuchte, ihre Länge zu bestimmen, aber vergebens.

„Ungefähr vierzehneinhalb Zentimeter", sagte er endlich unsicher.

„Das ist zu viel", entgegnete der Spielmeister.

„Dann sagen wir vierzehn."

„Das ist nun wieder zu wenig ..."

„Na, dann eben vierzehn und zwei Zehntel."

„Wiederum zu viel."

„Was wollen Sie eigentlich von mir?" der Koch wurde wütend. „Mal ist's zu viel, mal ist's zu wenig ... Genauer kann ich's nicht!"

Alle im Saal lachten.

„Beruhigt euch", sagte der Spielmeister. „Das gelingt nämlich keinem.

Der Kreisumfang und der Durchmesser stehen in einem sehr komplizierten Verhältnis. Deshalb hat man sich geeinigt, es mit ..." Hier machte der Spielmeister eine bedeutungsvolle Pause, „mit dem Buchstaben Pi zu bezeichnen!"

Da staunten wir vielleicht!

„Ich sehe", der Spielmeister wandte sich an Pi, „Sie haben das nicht gewußt. Ich freue mich deshalb, Ihnen die Entstehung Ihres Namens erklären zu dürfen. Bitte merken Sie sich: Der griechische Buchstabe Pi — π — bezeichnet die Zahl, die angibt, wie viele Male der Durchmesser auf seine Kreislinie paßt. Es ist nicht möglich, Pi genau zu errechnen, aber ungefähr entspricht es drei Ganzen und vierzehn Hundertstel."

Der Spielmeister verneigte sich und trat zur Seite, der Schiffskoch aber wußte sich gar nicht zu lassen vor Freude und Verlegenheit. Seine Ohren glühten so, daß der Kapitän es für besser hielt, sie ein wenig abzukühlen. Darum führte er uns auf den Turm.

Hier aßen wir in einem gemütlichen Café Eis und genossen den schönen Ausblick. Stags und Topps erquickten sich unterdessen an Bananen.

Was weiter geschah, will ich hier nicht erzählen: Dieser Kreis ließ meinen Kopf regelrecht kreisen!

14. *Nullter*

EIN UNGEWÖHNLICHES BLATT

Heute waren wir im Botanischen Garten. Da haben sich Stags und Topps vielleicht getummelt!

In diesem Garten gab es weder Blumen noch Bäume — ausschließlich Blätter. Es waren riesige Blätter, sie wuchsen an ihren Stengeln direkt aus der Erde. Man konnte an ihnen rauf- und runterklettern, als seien es Bäume. Stags und Topps machten das fortwährend. Dafür sind sie Affen.

Es gefiel ihnen, ein Blatt von verschiedenen Seiten zu erklettern und oben angekommen, aufeinander zu warten. Ihr wißt ja, daß alle Blätter zwei Seiten haben. Bisher hatte ich das auch gedacht ... Aber es ist wohl besser, wenn ich der Reihe nach erzähle.

Der Kapitän zeigte uns ein ganz besonderes Blatt, so eins hatte ich noch nie gesehen. Es war in Form einer 8 gebogen. Als hätte es jemand zusammengerollt, die Enden zugeklebt und nun konnte sich das Blatt nicht mehr aufrollen.

Der Kapitän sagte, daß es interessant sei, dieses Blatt zu erklettern. Aber die Affen waren von allein darauf gekommen. Stags nahm den Platz auf der Innenseite des Blatts ein, Topps den auf der Außenseite, und los ging's. Doch was war das? Plötzlich war Stags auf der Außenseite und Topps auf der Innenseite. Seltsam, es hatte doch keiner die Seite gewechselt!

Doch dann waren sie es überdrüssig, immer in dieselbe Richtung zu laufen, und sie kletterten in der entgegengesetzten weiter. Kaum waren fünf Sekunden vergangen, da — plumps! — stießen die Affen mit den Köpfen zusammen.

„Das gibt's ja gar nicht", sagte ich. „Die Affen sind auf verschiedenen Seiten gelaufen und sind plötzlich ... zusammengestoßen!"

„Das gibt's wirklich nicht!" bestätigte Pi.

„Aber ihr habt's doch mit eigenen Augen gesehen!" empörte sich der Kapitän.

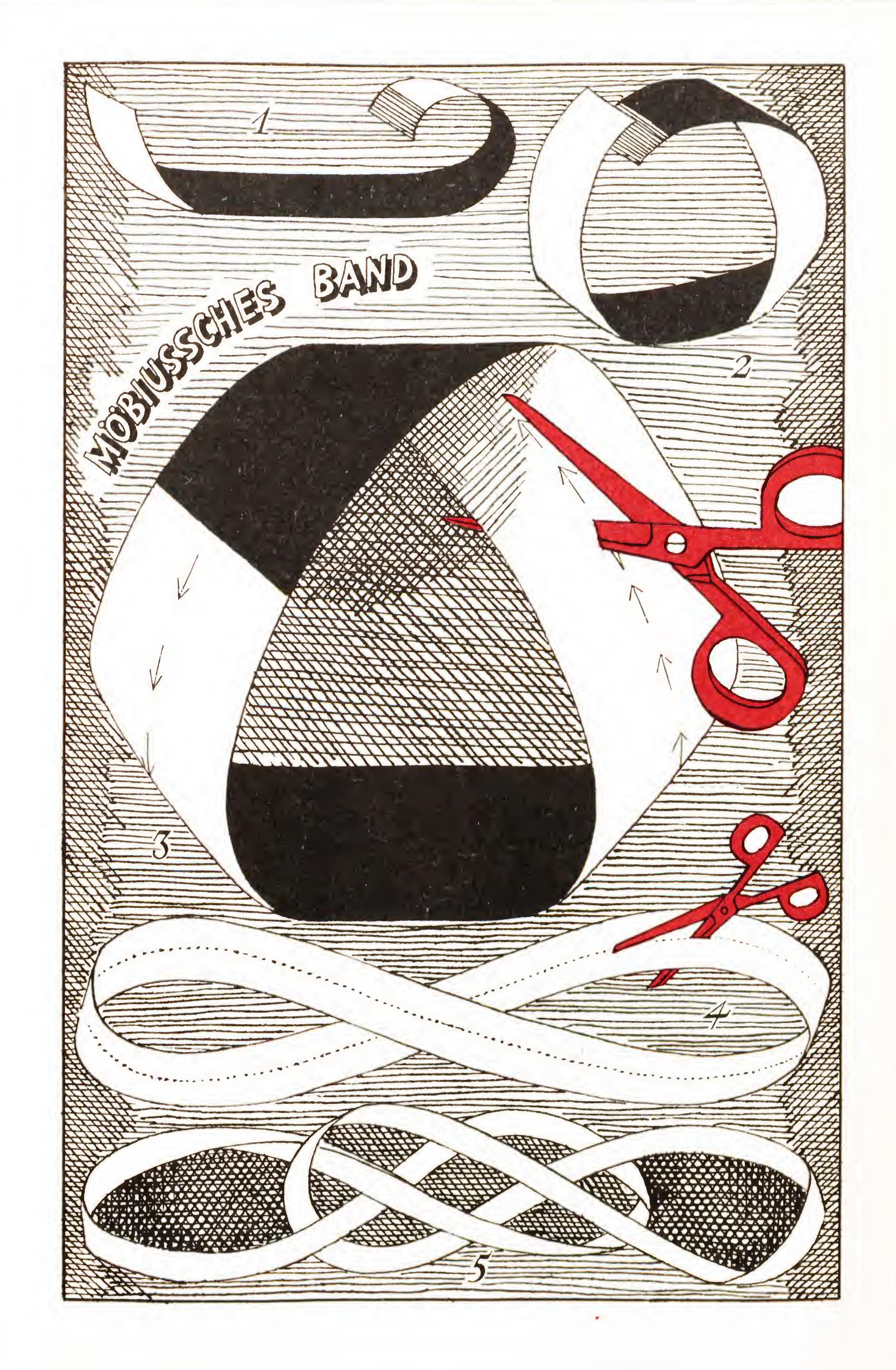
„Was hat das dann zu bedeuten?"

„Das hat zu bedeuten", wiederholte der Kapitän, „daß dies kein einfaches Blatt ist, sondern das Möbiussche Band."

„Was für ein Möbius?" fragten wir.

„Das war ein deutscher Mathematiker. Er nannte das Blatt Band. Alle Blätter haben zwei Seiten, zwei Oberflächen, aber das von Möbius hat nur eine Seite. Es ist einseitig! Wir wollen mal einen Versuch machen: Wir ziehen einen Faden am Blatt entlang und befestigen ihn, damit er nicht wegrutschen kann."

So ein Witz! Wir führten den Faden nur auf der einen Seite entlang, aber



er zog sich um beide und kam zum Anfangspunkt zurück — genau an die Stelle, wo wir angefangen hatten, ihn durchzuziehen.

Der Kapitän triumphierte: So etwas gibt es also doch!

Ein Gärtner, der hier arbeitete, trat zu uns. Er riet mir und meinem Freund, das Blatt genau am Faden entlang zu zerschneiden.

Vielleicht, so sagte er, hat dann jeder von euch ein eigenes Blatt.

Gesagt, getan. Doch als ich meine Hälfte nahm, hatten wir statt zwei Blättern nach wie vor eins in den Händen. Es war jetzt nur um die Hälfte schmaler und doppelt so lang — ein regelrechtes Band.

Und das Interessanteste — es hatte sich aus einem einseitigen in ein zweiseitiges verwandelt!

„Seid nicht traurig", tröstete uns der Kapitän. „Versucht es noch einmal. Zerschneidet dieses lange Band wieder in zwei Hälften."

Ehrlich gesagt, keiner von uns hoffte mehr, aus einem Blatt zwei zu bekommen, aber aus Höflichkeit gehorchten wir. Und was glaubt ihr? Wir hatten endlich erreicht, was wir wollten. Jeder zog seinen Teil an sich, doch o weh: Das Blatt hatte sich zwar geteilt, aber beide Teile klammerten sich ineinander wie die Glieder einer Kette. Versucht mal, sie auseinander zu ziehen!

„Ein verhextes Blatt!" sagte Pi und hatte, glaube ich, recht.

Wollt ihr euch davon überzeugen? Nehmt ein langes Band Papier, formt es zu einem Ring und legt eines der Enden um, bevor ihr sie zusammenklebt. Dann beginnt den Test.

15. Nullter ICH KOMME INS ALTE GRIECHENLAND

In einer Nacht trug uns unsere Zauberfregatte 2500 Jahre in die Vergangenheit zurück, und wir befanden uns im antiken Griechenland.

Die Fregatte ging an einer interessanten Insel vor Anker.

Ehrlich gesagt, der Schiffskoch und ich waren etwas erstaunt, die Insel hieß *máthēma*, d. h. Mathematik, die Einwohner aber hatten scheinbar überhaupt nichts mit Mathematik zu tun.

Überlegt selbst. Unmittelbar am Kai stand ein Gebäude. Alle Fenster waren geöffnet und aus jedem Fenster blickte ein Musikant. Wen es hier nicht alles gab! Geiger, Trompeter, Flötenspieler, Trommler gar. Und jeder spielte seins. Es war so laut, daß wir uns die Ohren zuhielten und Stags und Topps sich vor Angst in unseren Taschen versteckten.

Das Gebäude schmückten Säulen, über denen eine lange Aufschrift stand:

Pythagoreische Musikschule
Studenten werden noch aufgenommen

Wir gingen weiter und erblickten ein anderes Gebäude mit rundem Dach. Im Dach war eine Öffnung, aus der ein langes Rohr lugte.

„Observatorium Junger Astronomen", las Kapitän Eins.

Es wurde von Stunde zu Stunde schwieriger. Eben noch hatte ich die Mathematik-Insel in Musik-Insel umbenennen wollen, da stellte sich heraus, daß hier Astronomen wohnten. Neben dem Observatorium breitete sich ein weites Feld aus, auf dem sich Arbeiter mit Linealen und Bandmaßen zu schaffen machten. Wie waren wir erstaunt, als wir erfuhren, daß es Landvermesser waren, oder wie man hier sagt, Geometer. (Der Kapitän erklärte uns, daß das griechische Wort „geōmetría" aus zwei Worten besteht: ge — Erde, Land und metréō — messen. Ein Geometer ist also ein Mann, der Land vermißt.

Ein paar Kinder kamen auf den Kapitän zugelaufen. Sie hielten ihm, einander beiseite schiebend, Täfelchen hin, auf denen Arithmetik-Beispiele eingeritzt waren. Der Kapitän verstand zuerst nicht, was die Kinder von ihm wollten, begriff dann jedoch, daß sie ihn baten, ihre Hausaufgaben zu überprüfen. Wir fragten sie, in welche Schule sie gingen.

„Wir sind Schüler der berühmten pythagoreischen Schule!"

Gott sei Dank! Endlich etwas, was wenigstens irgendeine Beziehung zur Mathematik hatte! Bisher nur Musik, Astronomie, Bodenvermessung ... Dieser Pythagoras hätte sich doch für eine Sache entscheiden können.

Aber der Kapitän erklärte uns, daß im antiken Griechenland, wo wir uns jetzt befanden, das Wort „Mathematik" von máthēma — das Gelernte,

ARITHMETIK

MATHEMATIK

GEOMETRIE

ASTRONOMIE

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ

MUSIK

die Kenntnis — abgeleitet sei, und in der Mehrzahl Wissenschaft bedeute. Pythagoras und seine Schüler beschäftigten sich mit vier Wissenschaften: Arithmetik, Geometrie, Astronomie und Musik.

Na so was! Und ich hatte immer gedacht, daß Musik Kunst sei!

„Richtig", entgegnete der Kapitän, „die Musik ist eine Kunst, die auf der Harmonie begründet ist."

„Nicht nur auf der Harmonie", widersprach ich, „sondern auch auf dem Klavier, auf der Geige und dem Saxophon ..."

Der Kapitän lachte und sagte, daß er kein Harmonium, das Musikinstrument, gemeint habe, sondern die Harmonielehre, ein Teilgebiet der Musikwissenschaft, die sich mit den harmonischen Verbindungen von Tönen und Akkorden, dem proportionalen Verschmelzen der musikalischen Töne befaßt, und daß die Harmonielehre wie jede Wissenschaft nicht ohne die Mathematik bestehen könne.

Ich stimmte dem Kapitän jedoch nicht zu und bestand darauf, daß Mathematik und Musik verschiedene Dinge seien.

Der Kapitän blinzelte verschmitzt:

„Hast du dir schon einmal überlegt, wieso eine Geigensaite zum Klingen kommt? Sie erklingt, weil der Geigenbogen die Saiten in Schwingungen versetzt, die Saiten wiederum versetzen die Luft in Schwingungen und schaffen Klangwellen, die Klangwellen werden in deine Ohren getragen und versetzen die Trommelfelle in Schwingungen. Dann hörst du die Musik."

„Und weshalb sind einige Töne hell und andere dunkel?" fragte Pi.

„Das hängt von der Länge der Saiten ab. Je kürzer eine Saite ist, desto heller oder, wie man zu sagen pflegt, desto höher ist der Ton."

Mir fiel ein, daß das Klavier tatsächlich verschiedene Saiten hat. Das hatte ich mal gesehen. Aber bei der Geige sind sie alle gleich lang. Weshalb geben sie dann verschiedene Töne von sich? Der Kapitän erklärte uns, daß der Geiger die Saite mit den Fingerspitzen andrückt, und daß dadurch nicht die ganze Saite, sondern nur ein Teil von ihr zum Klingen kommt. Das Verdienst des Pythagoras hat darin bestanden, daß er als erster errechnete, in welche Teile die Saiten unterteilt werden müssen, um die Töne in der richtigen Höhe anzuschlagen. Dabei hat ihm eben die Arithmetik geholfen.

„Warten Sie!" rief ich. „Nach dem, wie Sie das erklären, gibt es zwei Mathematiken in der Welt. Die eine Mathematik ist einfach eine Wissenschaft, eine Wissenschaft überhaupt. Die aber, die wir kennen, ist die Wissenschaft von den verschiedenen Berechnungen."

„Ich würde das anders formulieren", erwiderte der Kapitän. „Im Laufe vieler Jahre ist die Bedeutung des Wortes ‚Mathematik' enger geworden. Sie hat sich aus einer Wissenschaft überhaupt in eine Wissenschaft über die verschiedensten Berechnungen verwandelt. Dafür hat sich ihr Einfluß auf die anderen Wissenschaften ungewöhnlich verstärkt. Heutzutage ist die Mathematik in der Tat die wichtigste von allen Wissenschaften. Ohne sie kommt keine einzige andere Wissenschaft aus."

16. Nullter MEIN FEIERTAG

Frühmorgens weckte mich Pi. Er brachte ein Telegramm: „Meinem lieben Sohn die herzlichsten Glückwünsche zum Geburtstag. Ich habe große Sehnsucht nach Dir und küsse Dich. Deine Mutti."

Das war aber schön! Und ich hätte es beinahe vergessen.

Der Schiffskoch schenkte mir eine Torte eigener Produktion. Aber das feinste Geschenk hatte Kapitän Eins bereit. Er steuerte mit unserer Fregatte eine indische Insel, die Null-Insel an!

Es war eine runde saubere Insel. Genau so eine, wie ich sie liebe. Ich bin nämlich sehr für Sauberkeit. Weshalb hält mich Mutter bloß immer für einen Schmutzfinken?

Da heute mein Feiertag ist, darf ich faulenzen. Deshalb werde ich keine Eintragungen ins Logbuch machen, sondern nur einen Bogen Papier einkleben, auf dem die Rede des Inselpräsidenten steht. Hier ist sie:

„Lieber Klein-Null! Die Inselbewohner grüßen Dich an Deinem Geburtstag. Wir schätzen uns glücklich, daß Du beschlossen hast, diesen Festtag auf indischer Erde zu begehen, die zu Recht als Heimat der Null gilt.

Ich freue mich, in aller Öffentlichkeit verkünden zu können, daß die Null von allen zehn Zahlen die wichtigste ist. Die alten Römer sagten zu Unrecht, daß sich aus Nichts nichts ergibt. Allein wenn man Dich, lieber Klein-Null kennenlernt, begreift man ja, daß aus dem Nichts sehr wohl ein ETWAS wird!

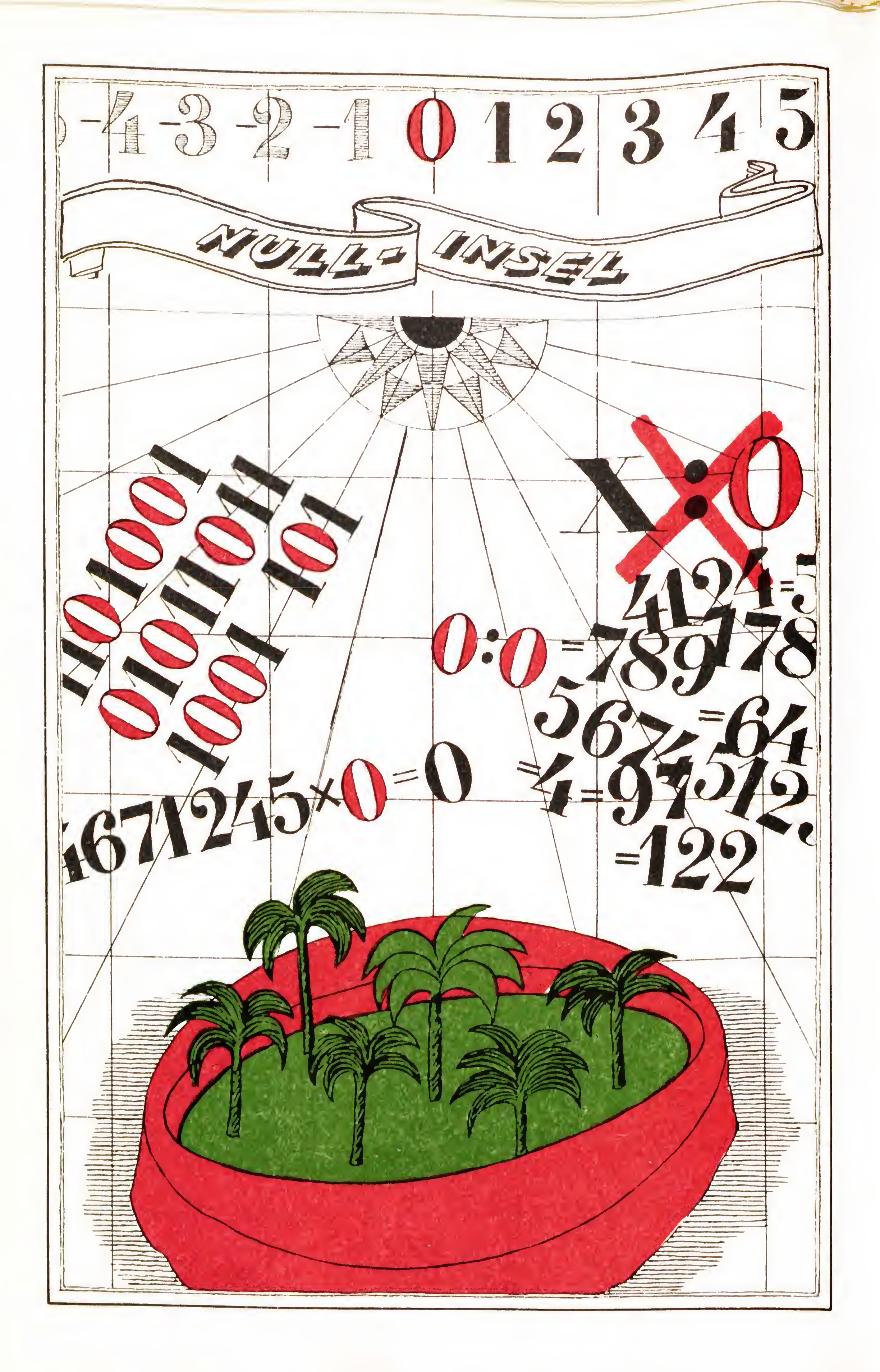
Viele würden gern Deine Bedeutung erlangen, doch all ihre Versuche sind vergebens. Nehmen wir beispielsweise die unendlich kleinen Größen: Wie man sie auch immer verringern mag, wie man auch immer versuchen mag, sie Dir anzunähern, sie werden niemals — niemals! — die Null erreichen!

Du bist verwegen und gerecht, Klein-Null! Wenn es keine Null geben würde, so hätten die positiven und die negativen Zahlen einander längst vernichtet. Gut, daß Du zwischen ihnen stehst wie ein treuer Friedenswächter und tapfer ihre Regimenter aufführst.

Du bist behende und gescheit, Klein-Null! Was würden die schnellen Rechenmaschinen ohne Dich anfangen? Sie würden längst nicht mehr funktionieren. Denn nur zwei Zahlen lenken sie. Es sind die Eins und die Null. Die Eins bedeutet ‚ja', die Null bedeutet ‚nein'. Und das reicht völlig aus, um die schwierigsten Aufgaben zu lösen.

Es lebe unser unerreichbarer, gewandter, verwegener und guter Klein-Null!

Aber Du bist nicht nur gutherzig, Klein-Null, du kannst auch gefährlich werden! Wenn Du das Multiplikationszeichen nimmst und Dich einer belie-



bigen Zahl näherst, so verwandelt sich diese Zahl in ein Nichts. Das Multiplikationszeichen ist in Deinen Händen eine gefährliche Waffe. Bedenke das stets und verwende es nicht unbedacht!

Was aber geschieht mit der Zahl, auf die Du mit dem Divisionszeichen zugehst? Sie verwandelt sich in einen Riesen und siedelt in die Unendlichkeit um! Deshalb ist das Dividieren durch Null streng verboten!

Aber ich bin noch nicht am Ende. Der gutmütige, mächtige und gefährliche Klein-Null ist auch gern zu einem Scherz aufgelegt.

Man kann sich nur schwer vorstellen, was geschehen würde, wenn die Null auf den Gedanken kommen würde, sich durch Null zu teilen. Dann kann nämlich jede beliebige — hört Ihr wohl? —, jede beliebige Zahl kann dabei herauskommen! Wer es bezweifelt, wird sich irgendwann einmal davon überzeugen, daß ich nicht lüge.

Ich könnte noch lange alle hervorragenden Eigenschaften unseres Jubilars aufzählen. Aber meine Zeit ist abgelaufen.

Deshalb rufe ich noch einmal aus: Es lebe Klein-Null! Hurra!!!"

Die Rede des Präsidenten gefiel mir außerordentlich, aber Kapitän Eins sagte, daß ich bloß nicht hoffärtig werden und sie nicht zu persönlich auffassen solle. Denn das Gesagte beziehe sich auf die Null überhaupt, ich aber sei lediglich Klein-Null. Und er fügte hinzu: Vorläufig.

SCHOKOLADENTORTE

Was die Mathematik doch für eine schmackhafte Sache ist! Heute liefen wir in einem Hafen ein, der für seine Süßigkeiten berühmt ist. Auf Schritt und Tritt Weißback, Brezeln, Kuchenstückchen und Torten, Torten, Torten ... Schokoladentorten, Kremtorten, Sandtorten ...

Wir unternahmen einen Spaziergang und nahmen Stags und Topps mit. Doch kaum hatten wir eine breite Allee erreicht, da rissen sich die Affen los und kletterten auf einen Draht, an dem eine Art Verkehrszeichen hing: Ein Kreis, und in der Mitte dieses Zeichen: %.

„Null geteilt durch Null!"

„Nicht doch." Der Kapitän dämpfte meine Freude. „Das sind keine Nullen, sondern die Buchstaben „o". Sie stehen zu beiden Seiten eines Schrägzeichens und bedeuten abgekürzt Prozent. Wir befinden uns nämlich im Prozent-Hafen und obendrein auf der Prozent-Allee!"

Wir kamen zu einem Café, wo auf einem Tisch unter einer Sonnenmarkise eine runde Schokoladentorte stand. Sie war in viele Keile — Sektoren — geschnitten. Hier drängten sich die Käufer, nein, die Empfänger. Denn auf dieser Insel wird alles kostenlos ausgegeben.

„Geben Sie mir bitte ein Stück Torte", piepste ein kleines Mädchen mit Zöpfen.

In der Schlange wurde gelacht.

„Hast du etwa vergessen, wo du dich befindest?" fragte die dralle Verkäuferin mit Spitzenschürzchen.

„In der Pro-zent-Allee", die Kleine dehnte jede Silbe.

„Und was mußt du da sagen? Nicht Stück, sondern ...!"

„Prozent", entgegnete die Kleine rasch. „Dankeschön!"

Sie bekam ihre Tortenportion und schob sie gleich in den Mund.

„Und mir", sagte der Nächste, „mir geben Sie vier Prozente."

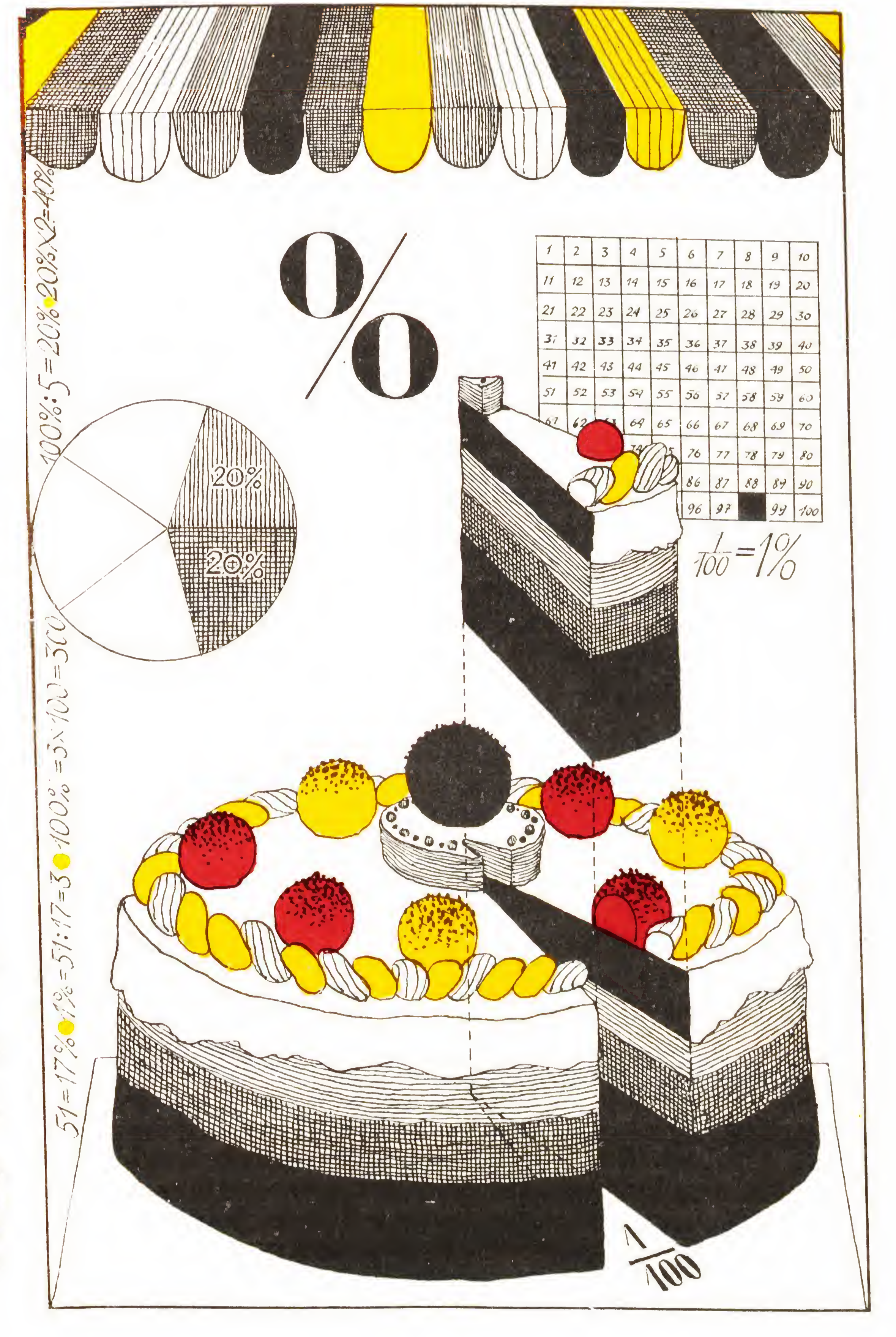
Alle stießen einen Laut der Entrüstung aus, und das kleine Mädchen hätte sich beinahe an ihrem Prozent verschluckt.

„Dir geb ich überhaupt nichts!" erwiderte die Verkäuferin ärgerlich.

„Ich hab mich ganz richtig ausgedrückt", erwiderte der Angesprochene großmäulig. „Vier Prozente! Ach so! Bitte! Und dann noch — danke!"

Ich fragte, weshalb es üblich sei, statt „Stück" „Prozent" zu sagen. Vielleicht war das in der Landessprache dasselbe?

„Nein", entgegnete die Verkäuferin, „Stück ist Stück. Bei meiner Torte ist es zugleich auch noch ein Prozent. Die Torte ist in hundert gleiche Teile geteilt, der hundertste Teil von etwas aber heißt Prozent. Dieses Wort kommt aus dem Lateinischen ‚pro cento', was in der Übersetzung ‚von hundert' bedeutet."



6 1400

„Ich möchte gern eine halbe Torte. Muß ich da sagen: Geben Sie mir fünfzig Prozent?" fragte Pi.

„Falsch", berichtigte ihn die Verkäuferin. „Das heißt, die Prozente stimmen — es sind fünfzig. Aber Sie haben vergessen ..."

„Bitte!" platzte der Schiffskoch heraus, errötete und fügte hinzu: „ Danke!"

„Wenn mir nun eine Torte zu wenig ist, muß ich dann um mehr als hundert Prozent bitten?" fragte ich.

„Ja. Aber diese Zugabe muß ich dann von einer anderen Torte abschneiden. Eine Torte hat nicht mehr als hundert Prozent."

Aus der Konditorei nebenan ertönte Weinen.

Ein kleiner Dicker weinte.

„Ich habe um vierzig Prozent gebeten und habe nur ... zwei Stücke bekommen! Ich habe dabei ‚bitte' gesagt und wollte auch ‚danke' sagen ... Aber ... mir ..."

„Schau dir mal an, was für große Stücke du bekommen hast", suchte jemand den Dicken zu beruhigen.

„Ganz egal! Nur zwei und nicht vierzig!"

„Du kleiner Dummerling! Man hat dir von einer Torte abgeschnitten, die nicht in hundert, sondern nur in fünf Teile geteilt ist. Folglich entspricht jeder Teil zwanzig Prozent, zwei Stücke machen also vierzig Prozent aus."

Wir gingen weiter, und ich fragte, warum das Prozentzeichen im Kreis so seltsam dargestellt ist.

„Aus Versehen", erwiderte der Kapitän. „Früher einmal wurden die Worte voll ausgeschrieben — ‚pro cento'. Dann schrieb man abgekürzt ‚pro cto'. Bald darauf ließ man der Einfachheit halber das ‚pro' weg und so blieb nur noch ‚cto' übrig. Doch einige Schreiber waren so huschelig, daß der lateinische Buchstabe ‚*c*' bei ihnen wie ein ‚*o*' aussah. Dann fiel der Querbalken beim Buchstaben ‚*t*' weg, und der Buchstabe selbst wurde zu einem Schrägstrich. Die Buchstaben gerieten krumm und schief, der eine höher, der andere tiefer, und so entstand das Zeichen %."

Wir bogen in eine Seitenstraße ein und erblickten abermals so einen Kreis, aber das Prozentzeichen darin war anders geschrieben — so: ‰.

„In dieser Straße", erklärte uns der Kapitän, „werden an die kleinsten Hafenbewohner Süßigkeiten verteilt, deshalb werden die Torten nicht in hundert, sondern in tausend Teile geschnitten. Jede Portion heißt Promille. Denn das Wort ‚mille' bedeutet ‚tausend'. Promille heißt also ‚von tausend', ein tausendster Teil. Dargestellt wird Promille durch das Zeichen ‰."

Bei unserer Rückkehr auf die Fregatte bekamen Stags und Topps in der Prozent-Allee siebzehn Prozent Bananentorte (bitte!) geschenkt, die einundfünfzig Stück (danke!) ausmachten. Ich rechnete lange mit dem Schiffskoch hin und her, in wie viele Stücke diese Torte geschnitten war. Endlich bekamen wir es heraus. Versucht ihr es auch einmal!

18. Nullter — BEGEGNUNG MIT PIRATEN

Ich schlief noch fest, als Kapitän Eins höchste Alarmstufe verkündete und alle an Deck pfiff. Ich erwachte sofort und lief mir die Zähne putzen. Aber der Steuermann schrie, daß jetzt keine Zeit für Hygiene sei, daß ein Piratenschiff auf uns zukomme, und befahl: „Husch, an Deck!"

Die Besatzung der Fregatte machte sich kampfbereit; das gegnerische Schiff war schon nah. Die Piraten schwenkten ihre langen Messer und gröhlten ihre Piratenhymne:

„Auf, auf, Pirat! Zieh in den Kampf!
Sei flink und sei gewandt!
Sonst wirst du, eh du es bemerkst,
Mit Stumpf und Stiel, gleich an der Wurzel ausgemerzt.
Unter der eignen Quadratwurzel ausgemerzt!

Halt durch, Pirat! Bleib hart, Pirat!
Schlag zu, wohin du triffst!
Pack ihn und halt ihn fest!
Und fürchte nicht die Ziererei des Radikals,
Die Ziererei des Radikals!"

Ich wollte den Kapitän fragen, was die dort sangen, aber er erwiderte, daß jetzt keine Zeit für Erklärungen sei: An Bord des Piratenschiffs würden sich vermutlich Gefangene befinden, und es sei unsere Pflicht, sie zu befreien.

Der Kapitän befahl: „Mit Volldampf zurück!", und die Fregatte stieß gegen die Bordseite des Piratenschiffs.

„Entern!" brüllten wir. „Entern!" schrien auch die Piraten. Es gelang uns, dem Gegner zuvorzukommen und das Piratenschiff zu stürmen. Wir schlugen uns todesmutig. Kurz darauf lagen die Piraten bis zum letzten Mann gefesselt auf Deck.

Wir holten die Gefangenen aus dem Laderaum. Es waren Zahlen, sehr viele. Keine von ihnen sagte uns etwa „Dankeschön!" für die Rettung. Das mißfiel mir außerordentlich, aber der Kapitän erklärte uns, daß die Gefangenen verzaubert seien und sich deshalb an nichts erinnern könnten, sie wußten nicht einmal mehr ihre Namen.

Der Kapitän gebot dem Piratenhäuptling, umgehend die Zahlen vom Zauberbann zu erlösen, aber der lehnte das strikt ab. So mußten wir selber den Bann brechen. Das Schlimme war nur, keiner von uns wußte, wie man das macht. Die Piraten lachten sich ins Fäustchen. Da sagte ich ihnen direkt ins Gesicht, daß dies von ihrer Seite in höchstem Maße unedel sei!

„In höchstem Maße! In höchster Potenz! Das ist es!" rief der Kapitän

riß mich in seine Arme und küßte mich. „Klein-Null, du bist ein Prachtkerl! Wie bin ich bloß nicht gleich darauf gekommen, daß diese Gefangenen durch Potenzierung verhext worden sind? Sofort das Wurzelzeichen her!“

Ich fragte, was das sei — das Wurzelzeichen. Während die Matrosen es holten, brachte ich in Erfahrung, daß die Zahlen Wurzeln besitzen. Nicht solche wie Blumen und Bäume, sondern ganz andere.

Wir multiplizieren 5 mal 5 und erhalten 25. Was haben wir gemacht? Wir haben die Zahl Fünf in die zweite Potenz erhoben.

Jetzt ziehen wir aus der Zahl 25 die Quadratwurzel. Was bedeutet das? Das bedeutet, daß wir so eine Zahl suchen, die nach dem Quadratpotenzieren 25 ergibt. Wie wir bereits wissen, ist das die Zahl 5.

Potenzieren und Reduzieren sind also, sollte man meinen, gegenseitig umkehrbare Operationen wie Multiplikation und Division, Addition und Subtraktion.

Man kann die Zahlen in jede beliebige Potenz erheben. Um die Fünf in die dritte Potenz zu erheben, muß man sie dreimal mit sich selbst multiplizieren ($5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$), will man sie in die vierte Potenz erheben, so muß man sie viermal mit sich selbst multiplizieren und so endlos weiter, so oft man will.

Die Zahl, *die* in die Potenz erhoben wird, heißt Basis der Potenz (Grundzahl), die Zahl, *in die* die Basis erhoben wird, heißt Exponent (Hochzahl).

Wenn man die Basis in die Potenz erheben will, so muß man rechts von ihr, etwas höher den Exponenten schreiben: $5^3 = 125$.

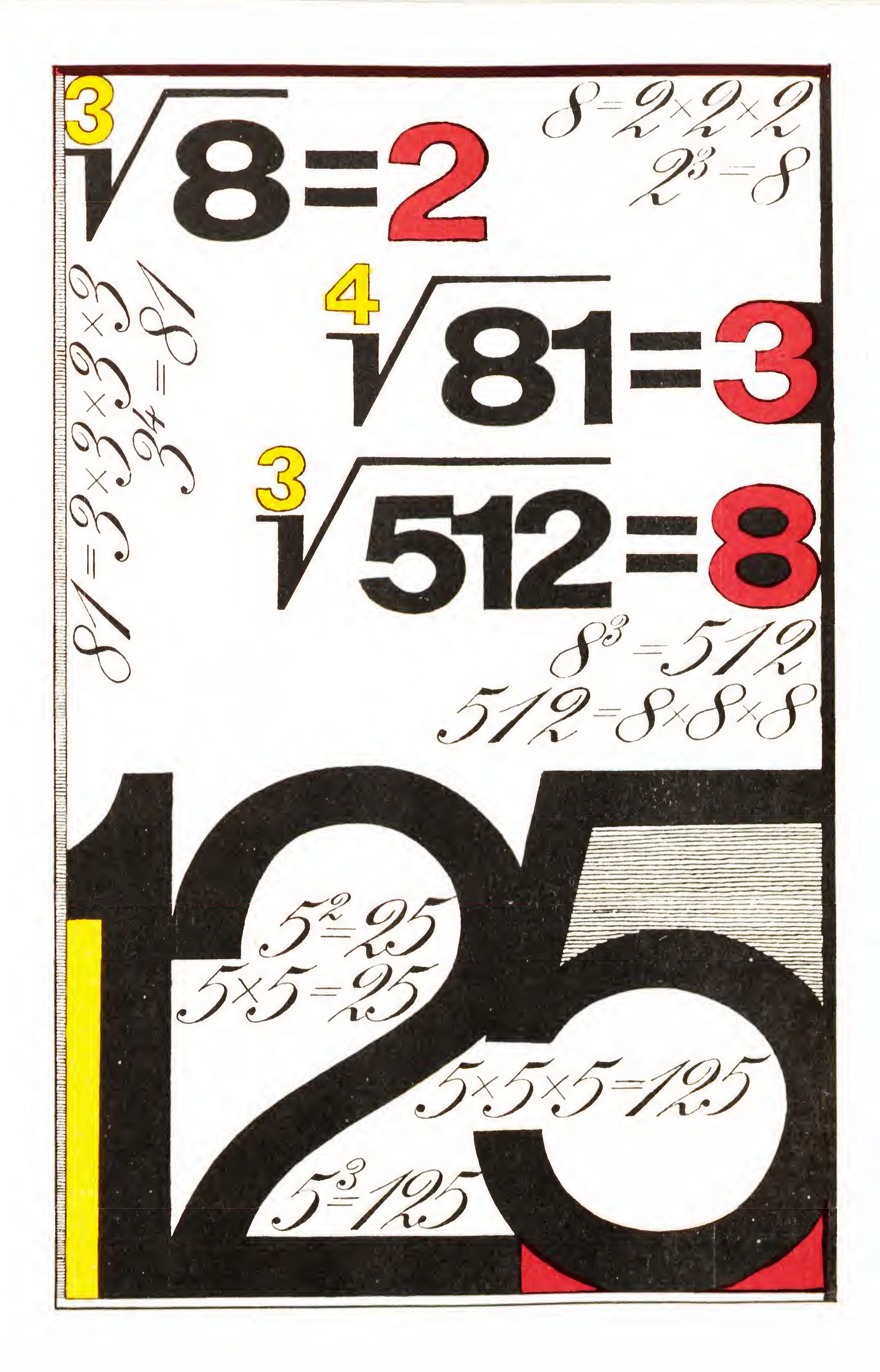
Wenn man die Wurzel aus einer Zahl ziehen will, so muß man sie unter die Wurzel — das Wurzelzeichen sieht so aus $\sqrt{}$ — schreiben und den Wurzelexponenten über das Wurzelzeichen schreiben. Die Zahl, die unter dem Wurzelzeichen steht, heißt Radikand.

Die Schwierigkeit bestand darin, daß die verzauberten Zahlen, das heißt, die in die Potenz erhobenen gefangenen Zahlen ihre Basis vergessen hatten. Das mußten nun wir herausfinden.

Inzwischen hatten die Matrosen das Wurzelzeichen und einen Satz Exponente gebracht. Blieb nur noch zu klären, in welche Potenzen die Zahlen erhoben worden waren. Doch wie sollten wir das in Erfahrung bringen? Die Piraten würden es uns um nichts in der Welt sagen!

Der Kapitän dachte nach. Da vernahm ich ein Stöhnen. Es kam aus einem mit Zeltplane bedeckten Beiboot. Wir stürzten hin, hoben die Zeltplane an und entdeckten noch einen Gefangenen. Besser gesagt, eine Gefangene — die Vier. Sie war gefesselt und mit einem Taschentuch geknebelt. Wie sich herausstellte, hatten die Piraten sie allein nicht mehr verzaubern können, und sie erinnerte sich an alle Exponenten, in die die übrigen Zahlen erhoben worden waren.

Die Vier wurde befreit, der Piratenhäuptling knirschte fürchterlich mit den Zähnen, und unser Kapitän begann die Gefangenen unter das Wurzel-



zeichen zu führen. Die Vier nannte jedesmal den Wurzelexponenten, und ich siedelte ihn sofort über dem Wurzelzeichen an.

Zuerst führten wir die Zahl 8 unter das Wurzelzeichen. Ich hob den Exponenten 3 an, und schon stand statt der Acht die fröhliche Zwei vor uns. Denn die dritte Wurzel aus Acht ist Zwei: $\sqrt[3]{8} = 2\,(8 = 2 \cdot 2 \cdot 2)$. Dann führten wir die Zahl 81 unter die Wurzel. Ich hob den Exponenten Vier auf die Wurzel, und unter ihm sprang die Drei hervor. Denn $\sqrt[4]{81} = 3\,(81 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)$. Als unter dem Wurzelzeichen die Zahl 512 stand und über dem Wurzelzeichen die Drei, erwies sich die Entzauberte als Acht: $\sqrt[3]{512} = 8\,(512 = 8 \cdot 8 \cdot 8)$.

Die Entzauberung ging rasch vonstatten. Bald hatten wir alle Gefangenen befreit und schickten sie auf dem Piratenschiff heim. Doch zuerst ging ich in die Kajüte und beschrieb alles, was ich gerade erlebt hatte, meiner Mutter. Ich unterzeichnete folgendermaßen: „Klein-Null, der Sieger über die Piraten".

Zusammen mit dem Brief schickte ich Stags und Topps heim. Ich befürchtete, daß sie am Ende noch von Piraten entführt werden könnten.

19. Nullter DIE FLIEGENDE INSEL

Heute ist vielleicht was los gewesen! Ich bin noch immer nicht zur Besinnung gekommen. So etwas gibt's nur im Märchen!

Morgens sollten wir laut Plan an einer Insel vor Anker gehen. Was wir auch taten. Aber weit und breit war keine Insel zu sehen.

„Weiß der Hai was!" Empört polierte der Kapitän an seinem Fernrohr herum. „Ob sich der Steuermann bei den Berechnungen geirrt hat und uns in eine falsche Gegend gebracht hat?"

Aber der Steuermann war schuldlos. Er hatte uns genau an den Bestimmungsort gebracht. Die Insel war einfach spurlos verschwunden!

„Vielleicht wollte sie einen kleinen Spaziergang machen?" versuchte ich zu scherzen.

Aber der Kapitän sagte, daß er jetzt nicht zum Scherzen aufgelegt sei, daß Inseln wirklich Spaziergänge unternehmen, daß dies jedoch, so weit er unterrichtet sei, überaus selten passiere und zumindest nicht dann, wenn sie Gäste erwarten.

Im selben Moment vernahmen wir ein dumpfes Getöse. Es kam von oben. Ich hob den Kopf und ... Was ich da gesehen habe! Nein, darauf kommt ihr niemals im Leben!

Hoch am Himmel flog ein Hubschrauber, aus der Luke wurde eine lange Trosse mit einem Haken am Ende herabgelassen und an dem Haken hing ... die Insel! Eine dreieckige Insel! Sie war wirklich zu einem Spaziergang ausgeflogen und kehrte nun an ihren Ort zurück.

Wir freuten uns alle ungeheuer, schrien und schwenkten unsere Matrosenmützen. Derweilen glitt die Insel herab und stieß schließlich leicht an die Bordseite unseres Schiffs.

Das Fallreep wurde ausgeworfen. Der Kapitän hatte irgend etwas zu tun und blieb im Hafen, der Schiffskoch und ich aber machten uns auf, um die Insel zu besichtigen.

Wir fühlten uns recht sicher, denn wir hatten ja schon einmal eine dreieckige Insel gesehen und wußten, daß jedes Dreieck drei Eckpunkte hat. Sie waren auch hier vorhanden. In jedem der drei Eckpunkte lag ein Hafen, der jeweils mit einem lateinischen Großbuchstaben bezeichnet war: Hafen A, Hafen B und Hafen C.

„Komm, wir gehen zuerst zum Scheitelpunkt des rechten Winkels", schlug Pi vor. „Dann fällt es uns nicht mehr schwer, herauszufinden, wo die Hypotenuse und wo die Katheten liegen."

Von einem Hafen zum anderen zogen sich an jeder der drei Inselseiten schöne grüne Boulevards. Wir gingen sie entlang, doch keiner von ihnen hieß Kathete oder Hypotenuse, vielmehr wurden sie einfach mit Buchstaben

bezeichnet: Boulevard AB, Boulevard BC und Boulevard CA. Außerdem trafen sich alle Boulevards in den Häfen ausschließlich in einem spitzen Winkel — wir fanden keinen einzigen rechten Winkel. Was sollte das bedeuten? Wahrscheinlich, mutmaßte ich, daß es sich nicht um ein rechtwinkliges, sondern um ein spitzwinkliges Dreieck handelte.

Wir beschlossen, uns noch einmal beim Kapitän zu erkundigen, und kehrten in den Hafen A zurück. Der Kapitän hatte inzwischen seine Angelegenheiten erledigt. Er bestätigte, daß dieses Dreieck tatsächlich ein spitzwinkliges war, und lud uns zu einem kleinen Spaziergang ein.

Vom Hafen A gingen drei hübsche gerade Straßen ab, die auf den Boulevard BC führten.

„Wißt ihr, wir wollen folgendes machen", schlug der Kapitän vor. „Jeder von uns geht eine dieser Straßen entlang. Aber genau im gleichen Schritt. So etwa! Wir wollen prüfen, wer als erster zum Boulevard gelangt."

Ehrlich gesagt, ich hab ein bißchen gemogelt und bin schneller gegangen, als wir vereinbart hatten. Aber was meint ihr, wie ich staunte, als ich den Boulevard BC erreichte und sah, daß der Kapitän bereits da war.

Auch der Schiffskoch, der als letzter kam, war darüber verwundert.

Übrigens war nichts Erstaunliches an der Sache. Der Kapitän kannte einfach die Insel sehr gut. Er hatte uns ein wenig necken wollen und war selbst die kürzeste der drei Straßen gegangen, die Höhe heißt.

Der Kapitän erklärte uns, daß als Höhe des Dreiecks die Strecke bezeichnet wird, die vom Eckpunkt A zu seiner gegenüber gelegenen Seite BC gezogen wird. Gezogen werden aber muß sie so, daß sich dabei rechte Winkel bilden. So eine Strecke wird Senkrechte genannt. Die Senkrechte bildet denn auch die kürzeste Entfernung zwischen Punkt A und Strecke BC.

Ich war ein bißchen böse auf den Kapitän: Weshalb hatte er sich die beste Straße ausgesucht? Aber der Kapitän sagte, daß auch die beiden anderen nicht schlechter seien, und daß jede ihre Besonderheiten habe.

Die, die ich langgegangen bin, sie hat noch so einen schönen Namen — Bisektrix, die Winkelhalbierende, teilt den Innenwinkel A genau in die Hälfte.

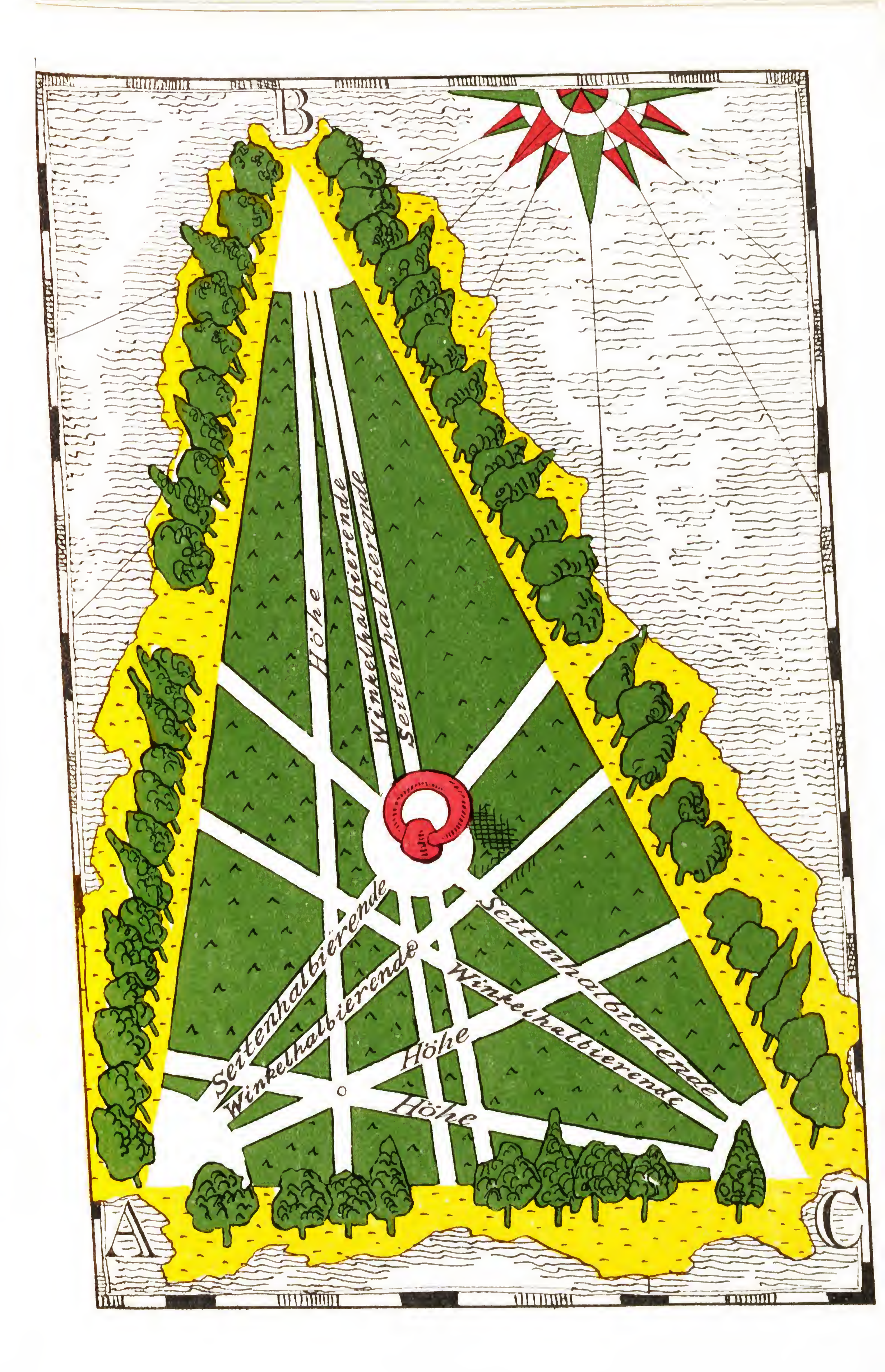
„Und welche Besonderheiten hat meine Straße?" fragte Pi.

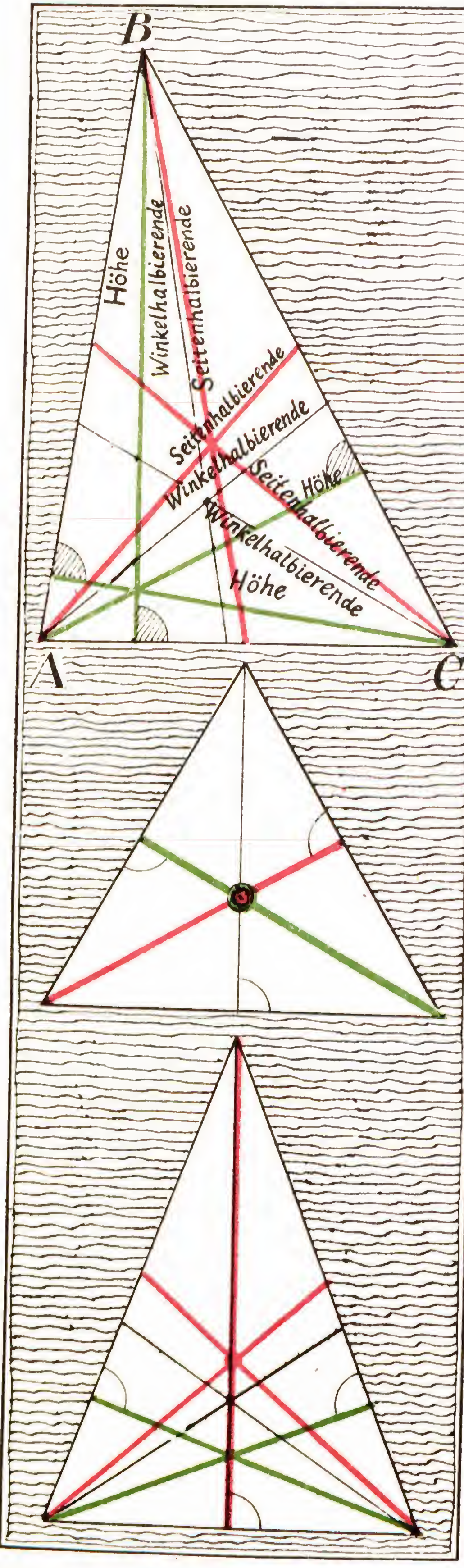
„Sie hat dich genau in die Mitte des Boulevards gebracht und heißt Mediane, oder Seitenhalbierende."

Solche schönen Straßen führen also aus dem Hafen A! Doch wie sich herausstellte, führen ebensolche Straßen auch aus dem Hafen B und aus dem Hafen C. Das Dreieck besitzt ja drei Eckpunkte und folglich auch drei Höhen, drei Winkelhalbierende und drei Seitenhalbierende.

Ich bat den Kapitän, mit uns auf der Winkelhalbierenden in den Hafen A zurückzukehren. Er hatte nichts dagegen, und so erreichten wir bald die Kreuzung, wo sich die beiden anderen Winkelhalbierenden schnitten.

„Was? Alle drei Halbierenden haben sich an einer Stelle geschnitten?" Ich war verblüfft. „Das ist doch sicher ein Zufall!"





Nun stellt euch vor, daß das überhaupt kein Zufall war! In einem Dreieck schneiden sich alle drei Winkelhalbierenden immer in einem Punkt.

„Das ist ein ganz hervorragender Punkt!" fügte der Kapitän hinzu.

Uns interessierte, was an ihm so hervorragend sei.

„Der Umstand", erwiderte der Kapitän, „daß in jedem Dreieck die Entfernung von diesem Punkt bis zu jeder der drei Dreiecksseiten gleich ist."

Da sagte Pi, daß die Seitenhalbierende natürlich nicht schlechter sei als die Winkelhalbierende, und daß alle drei Seitenhalbierenden sich wahrscheinlich auch in einem Punkt schneiden. Wir, nicht faul, überprüften seine Vermutung und konnten uns davon überzeugen, daß die drei Seitenhalbierenden sich tatsächlich in einem Punkt schneiden.

Doch das Interessanteste stand uns noch bevor. Im Schnittpunkt der drei Seitenhalbierenden entdeckten wir einen in das Erdreich gerammten dicken Ring, eben jenen Ring, an dem der Hubschrauber die Insel in die Lüfte gehoben hatte. Weshalb war der Ring ausgerechnet hier in die Erde gerammt? Weil sich im Schnittpunkt der Seitenhalbierenden der Schwerpunkt des Dreiecks befindet. Wenn der Ring an einer anderen Stelle befestigt würde, so hätte sich die Insel unweigerlich umgedreht oder hätte sich zumindest zur Seite geneigt. Aber sie hing ganz gerade an der Trosse. Also muß ihr Schwerpunkt richtig herausgefunden worden sein.

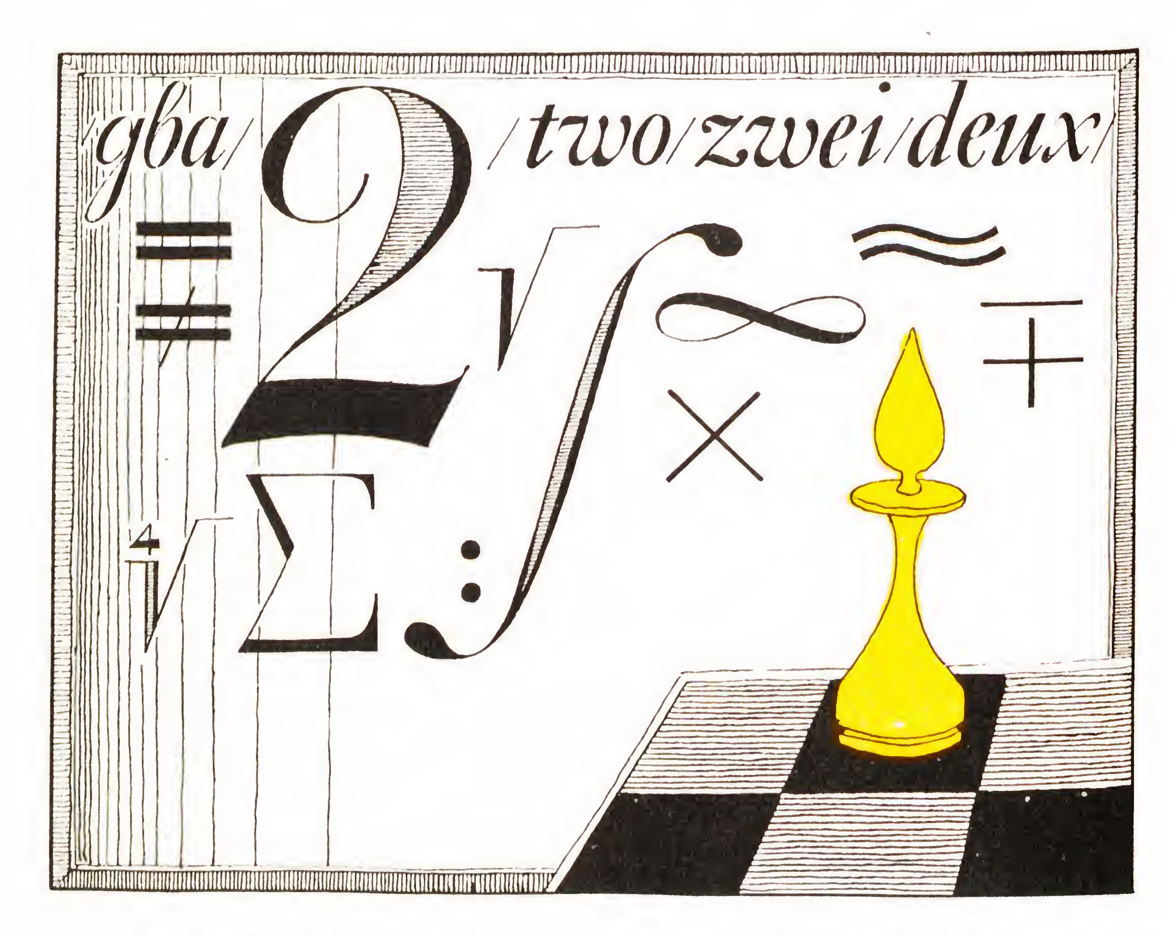
Auf der Dreieck-Insel gab es noch viele andere interessante Straßen, aber wir hatten keine Zeit mehr, sie zu besichtigen. Steuermann Ypsilon kam gelaufen und erinnerte uns daran, daß es laut Fahrplan Zeit für die Fregatte sei, abzulegen. Wir konnten trotzdem den Kapitän noch dazu überreden, zum Abschluß mit uns die Höhe abzuschreiten. Da sahen wir, daß sich alle drei Höhen des Dreiecks ebenfalls in einem Punkt schneiden.

Als die Fregatte abgelegt hatte, zeichneten Pi und ich aus dem Gedächtnis den Grundriß der Insel auf. Zuerst zeichneten wir ein Dreieck. Dann zogen wir aus dem Eckpunkt A die Höhe. Dann zeichneten wir die Winkelhalbierende ein: Wir teilten den Winkel A in die Hälfte. Und ... welch Wunder, die Winkelhalbierende kongruierte mit der Höhe. Dann halbierten wir die Strecke BC und zogen die Seitenhalbierende. Und stellt euch vor, sie kongruierte ebenfalls mit der Höhe und mit der Winkelhalbierenden. Dieselbe Geschichte wiederholte sich, als wir aus dem Eckpunkt B und C Höhen, die Winkelhalbierenden und die Seitenhalbierenden zogen. So erhielten wir statt neun Linien nur drei. Klar, daß sie sich alle in einem gemeinsamen Punkt schnitten.

Anfangs konnten wir nicht begreifen, warum das so war. Doch dann kamen wir dahinter. Überlegt mal selbst.

20. *Nullter*

SO IST ES HALT VEREINBART



Heute hatte ich eine freie Stunde. Ich lag im Liegestuhl, ließ mich von der Sonne wärmen und blickte zu den Wolken auf. Ich schaue gern in die Wolken: Sie schwimmen immer irgendwohin und verändern sich dauernd. Wenn man sie betrachtet, läßt es sich schön nachdenken.

Da glitt eine Wolke am Himmel entlang, die einem Elefanten ähnelte. Ich schaute ihr nach und dachte: Warum heißt der Elefant ausgerechnet Elefant? Warum nicht Fliege?

„Seit wann führst du eigentlich Selbstgespräche?" fragte mich der Kapitän.

Na so was! Ich hatte das nicht mal bemerkt. Auch, daß der Kapitän herangekommen war, hatte ich nicht gemerkt. Dabei hat er sicher schon lange hier gestanden, weil er all meine Überlegungen mitangehört hat.

„Du fragst, warum der Elefant ausgerechnet Elefant heißt? Ebensogut kann man fragen, warum der Tisch ausgerechnet Tisch und der Hai ausgerechnet Hai heißt. Und überhaupt, woher kommen die Wörter? Und wozu

sind sie notwendig? Hast du dir einmal überlegt, was wäre, wenn es keine Wörter gäbe? Wie würden sich dann die Menschen verständigen? Wenn die Wörter noch nicht ausgedacht wären, müßte man sie sich unbedingt ausdenken. Denn die Menschen bezeichnen die sie umgebenden Gegenstände, Erscheinungen und ihre Handlungen mit Wörtern. So ist die Sprache entstanden. Ohne sie könnten wir einander nichts erklären."

Doch da sagte ich, daß der Kapitän meiner Meinung nach unrecht habe. Denn, wenn alle Menschen einander verstehen wollten, so hätten sie nicht so viele Sprachen erfunden, sondern würden nur eine Sprache haben, die für alle gleich ist. Sie aber haben Englisch, Französisch, Japanisch erfunden ...

Der Kapitän entgegnete, daß sich keiner absichtlich Sprachen ausgedacht habe, sondern daß sie sich im fernen Altertum von allein herausgebildet hätten — jedes Volk hätte seine eigene Sprache entwickelt.

„Obwohl", fügte er hinzu, „dein Gedanke mit der einen Sprache ist gar nicht so übel. Schon viele Menschen haben ihn geäußert. Wer weiß, vielleicht kommt einmal die Zeit, da die Menschen verschiedener Nationalität nicht mehr Übersetzer zu Hilfe rufen oder in Wörterbüchern wühlen müssen. Alle werden dann eine gemeinsame internationale Sprache sprechen."

Mich interessierte selbstverständlich, ob das bald der Fall sein werde.

„Das kann ich dir nicht sagen." Der Kapitän mußte lachen. „Es hat bereits Versuche gegeben, eine einheitliche Sprache zu schaffen, doch bislang haben sie zu nichts geführt. Dennoch gibt es schon eine einheitliche Weltsprache. Allerdings ist es eine spezifische Sprache. Man benutzt sie nicht, wenn man ‚Guten Tag' oder ‚Bringen Sie mir bitte Kaffee' sagen will. Dennoch ist es eine der wichtigsten und schönsten Sprachen der Welt — die Sprache der Mathematik. Und wie jede Sprache besteht auch sie aus Bezeichnungen und Zeichen, auf die man sich geeinigt hat.

Diese Sprache hat sich nicht gleich herausgebildet. In alten Zeiten, als es weder Telefon, noch Rundfunk oder Fernsehen gab, als die Bücher noch mit der Hand abgeschrieben wurden, waren die Gelehrten isoliert voneinander. In jedem Land entwickelte sich die Wissenschaft folglich auf ihre Weise. Verschiedene Gelehrte dachten sich verschiedene Zeichen für ein und dieselben Begriffe aus. So schrieb man in Byzanz die Zahlen anders als in Rom oder in Indien ...

Doch in dem Maße, wie sich die Wissenschaft entwickelte, und wie sich die Kontakte zwischen den Völkern festigten und erweiterten, erkannten die Gelehrten immer deutlicher, daß sie eine gemeinsame Sprache und die bequemsten gemeinsamen Zeichen finden müssen. Das gelang ihnen. So entstand die große einheitliche Sprache der Mathematik, die die Wissenschaft-

ler in aller Welt ausgezeichnet beherrschen, und in der sie sich miteinander verständigen.

Wie man die Zahl ZWEI in den verschiedenen Sprachen auch immer nennen will (russisch ‚dwa‘, französisch ‚deux‘, englisch ‚two‘), in der Mathematik wird sie durch ein Zeichen dargestellt: 2. Dieses Zeichen verstehen alle. Ebenso wissen alle, daß dies (der Kapitän zog sein Notizbuch aus der Tasche und zeichnete zwei Striche: =) das Gleichheitszeichen und dieses Zeichen $\neq$ das mathematische Zeichen für Ungleichheit ist.

Außerdem haben sich die Mathematiker noch geeinigt, daß, wenn eine Zahl unter diesem Zeichen $\sqrt[3]{}$ steht, dies bedeutet, daß aus dieser Zahl die Wurzel der dritten Potenz gezogen werden muß. Wenn über diesem Zeichen der Wurzelexponent nicht geschrieben wird ($\sqrt{}$), so bedeutet dies, daß aus dem Radikanden die Wurzel der zweiten Potenz gezogen werden muß.“

„Warum wird in allen Fällen der Wurzelexponent geschrieben, außer in diesem letzten Fall?“ erkundigte ich mich.

„Weil“, erklärte der Kapitän, „die 2 die kleinste aller ganzen Wurzelexponenten ist und man VEREINBART hat, sie nicht zu schreiben. Aus Sparsamkeit. Denn die Sprache der Mathematik ist die sparsamste Sprache in der Welt. Mitunter kann sie mit einem kleinen Zeichen etwas Riesengroßes, man kann sogar sagen, einen unermeßlichen Begriff darstellen. Was meinst du, was das ist?“ Der Kapitän zeichnete diesen Schnörkel: ∞.

Ich sagte, daß er Ähnlichkeit mit einer Acht habe, die sich zu einem kleinen Schlummer ausgestreckt habe.

Der Kapitän zog vor Erstaunen die Brauen so hoch, daß sie fast an seinen Haaransatz stießen.

„Eine Acht?! Na Junge, da geh mal etwas höher! Dieser winzige Schnörkel der Mathematik bedeutet un-end-lich!“

Ich fragte, ob es viele Zeichen in der Mathematik gäbe.

„Das kann ich dir sagen!“ Der Kapitän lachte. „Es reicht aus!“

„Ich werd' sie alle auswendig lernen und Mathematiker werden“, prahlte ich.

Aber der Kapitän sagte, daß dies wohl nicht ausreichen würde. Es genüge nicht, alle mathematischen Zeichen zu behalten, man müsse schließlich auch verstehen, was mit ihrer Hilfe ausgedrückt wird, und muß lernen, diese Grundbegriffe anzuwenden. Dafür reicht das Gedächtnis allein nicht aus. Dafür muß man auch mathematisch denken können.

Wir schwiegen.

„Ja“, sagte ich, „in der Mathematik geht es halt nicht ohne Annahmen und Vereinbarungen.“

„Ebenso wie im Leben“, entgegnete der Kapitän. „Was machst du beispielsweise, wenn du zu Besuch kommst?“

„Ich sage erstmal Guten Tag.“

„Und warum? Das weißt du nicht? Na einfach, weil das so üblich ist, weil man das vereinbart hat. Versuche einmal, es zu unterlassen, dann wirst du gleich als Flegel gelten. Und wie verhältst du dich im Theater, wenn dir die Aufführung gefällt?“

„Ich klatsche“, erwiderte ich.

„Siehst du“, fuhr der Kapitän fort, „und in einigen Ländern pfeifen die Leute in so einem Fall. Es hängt also alles davon ab, wie man etwas vereinbart hat. Aber ist es jetzt nicht für dich an der Zeit, in die Kombüse zu gehen und dem Schiffskoch beim Kochen zu helfen? Der wartet doch sicher schon auf dich.“

Na, darüber war ich natürlich nicht sonderlich erfreut, und ich sagte, daß ich nichts dagegen hätte, noch ein wenig über Zeichen zu schwatzen.

Der Kapitän setzte eine strenge Miene auf.

„Was hatten wir vor der Fahrt vereinbart? Wir hatten doch *vereinbart*, daß du alle meine Aufträge ausführen wirst, nicht wahr?“

Ich winkte ab und trollte mich. Ach, diese Vereinbarungen und Zeichen!

21. Nullter

DER FALLSCHIRMSPRINGER

Wißt ihr, was Schnupfen ist? Ihr denkt, Schnupfen ist, wenn man niest und ständig nach dem Taschentuch in die Hosentasche greift? Nichts dergleichen! Schnupfen ist die Funktion von zerlöcherten Gummischuhen! Ebenso wie eine Fünf im Klassenbuch die Funktion von ungelernten Hausaufgaben und gute Stimmung die Funktion von fröhlichen Ferien ist.

Ihr fragt, woher ich das weiß! Das ist leicht erraten. Unsere Fregatte ist im Funktions-Hafen vor Anker gegangen.

Es war ein selten klarer, windstiller Tag.

Wir waren noch nicht richtig an Land, da wurden wir schon zum Tag der Luftfahrt eingeladen. Wir kamen gerade zurecht, um die Fallschirmspringer zu beobachten.

Hubschrauber stiegen hoch in den Himmel auf, es waren nicht weniger als zwei Dutzend, und in jedem saß ein Fallschirmspringer. Als die Hubschrauber die gleiche Höhe erreicht hatten, hingen sie reglos in der Luft, und alle Fallschirmspringer — wie Läufer am Start, sprangen aus den Ausstiegsluken.

Jetzt, dachte ich, öffnen sich ihre Fallschirme. Aber es öffnete sich gar nichts. Die Fallschirmspringer fielen wie Steine zur Erde. Der Schiffskoch und ich hatten furchtbare Angst, daß sie gleich zerschellen werden, aber der Kapitän sagte, daß wir uns nicht zu ängstigen brauchten: Es sei ein Verzögerungssprung. Und wirklich, als die Fallschirmspringer ganz dicht über dem Erdboden hingen, öffneten sich wie auf Befehl in ein und demselben Moment die riesigen bunten Schirme. Herrlich! Wie war ihnen das bloß gelungen?

„Was ist daran so erstaunlich?" fragte der Kapitän.

„Die Fallschirmspringer haben einfach zu einem genau festgelegten Zeitpunkt am Ring der Reißlinie gezogen. Den Sprung hatten ebenfalls alle zur selben Zeit und im selben Abstand von der Erde ausgeführt. Deshalb haben sich alle Fallschirme gemeinsam geöffnet, als die Springer eine bestimmte Höhe erreicht hatten."

„Schön", nickte ich. „Aber warum haben alle Fallschirmspringer diese bestimmte Höhe zu ein und derselben Zeit erreicht? Der Fallschirmspringer dort ist doch ziemlich dick, und der dort ist im Gegenteil dünn. Sie haben ein unterschiedliches Gewicht, folglich müßte der, der schwerer ist, schneller fallen. Aber sie sind alle gleich schnell gefallen! Wie kommt das?"

Der Kapitän lächelte.

„Dieselbe Frage hat unlängst, vor etwa 350 Jahren, der große italienische Wissenschaftler Galileo Galilei gestellt und hat, um sie zu beantworten,



7—1400

den hohen Turm von Pisa bestiegen. Bekanntlich ist dieser Turm schief. Deshalb heißt er der Schiefe Turm von Pisa. Vor kurzem wurde bei uns viel über ihn in den Zeitungen geschrieben. Galilei bestieg also den Turm von Pisa und warf gleichzeitig zwei Kugeln hinab. Die Kugeln waren gleich groß, nur waren sie aus unterschiedlichem Material gefertigt. Deshalb war ihr Gewicht unterschiedlich. Dennoch berührten beide Kugeln, trotz des unterschiedlichen Gewichts in ein und demselben Moment den Erdboden."

„Aha! Also hängt die Fallgeschwindigkeit eines Körpers nicht von seinem Gewicht ab?!"

„Stimmt!" entgegnete der Kapitän. „Sie hängt nicht davon ab. Selbstverständlich", fügte er nach kurzem Nachdenken hinzu, „wenn den Körper nichts am Fall hindert."

„Was kann ihn daran hindern?" fragte ich verwundert.

„Die Luft", entgegnete der Kapitän, „die Luft. Sie drückt von unten gegen den Körper und hält seinen Fall auf. Außerdem müßt ihr wissen: Je größer die Fläche des Körpers ist, desto tückischer verhält sich die Luft."

Der Kapitän nahm zwei gleichgroße Bogen Papier, preßte das eine zu einem festen Bällchen und ließ sie gleichzeitig aus den Händen fallen. Der zusammengeballte Bogen fiel sofort zu Boden, der zweite flatterte lange, bis er endlich den Luftwiderstand überwunden hatte.

„Wenn man ein langes Glasrohr nimmt", fuhr Eins fort, „und die Luft herauspumpt, so wirst du sehen, daß beide Papierbogen in ein und demselben Augenblick den Boden berühren. Eine leichte Feder und eine schwere Schraube — alles fällt im luftleeren Raum gleich schnell, die Fallgeschwindigkeit hängt lediglich von der Fallzeit ab."

„Hm!" unterbrach ich den Kapitän. „Wenn ich Sie richtig verstehe, ändert sich also die Geschwindigkeit des Körpers im freien Fall ständig?"

„Natürlich", bestätigte der Kapitän. „Die Geschwindigkeit wächst ständig. Sie nimmt jede Sekunde um eine konstante Größe zu. Diese Größe heißt Fallbeschleunigung. Galilei hat nicht nur dieses Naturgesetz erkannt, sondern auch die Größe der konstanten Fallbeschleunigung errechnet. Er fand heraus, daß die Fallbeschleunigung um 9,8 Meter pro Sekunde wächst. Deshalb sagt man auch, daß die Geschwindigkeit die Funktion von der Fallzeit ist."

Wieder so ein unverständliches Wort: Funktion! Allerdings heißt so der Hafen, in dem wir angelegt haben. Aber was ist das?

Wie sich herausstellte, bezeichnet man in der Mathematik jede Größe, die sich abhängig von einer anderen verändert, als Funktion. Es gibt sehr viele solcher Funktionen. Denn schließlich ist alles auf der Welt von irgend etwas abhängig! Die Länge der Kreislinie hängt von der Größe seines Radius ab, die Fläche des Quadrats von der Länge seiner Seite. Das sind ja nun noch einfache Abhängigkeiten. Aber es gibt auch komplizierte, beispielsweise das Wetter. Es hängt von Tausenden der unmöglichsten Gründe ab: von der Jahreszeit, von der Windstärke, und davon, von woher der Wind weht, dies aber hängt auch von vielen, häufig völlig unvorhergesehenen Gründen ab ... Jetzt begreife ich, warum die Wettervorhersage so oft irrt ...

Die Erzählung des Kapitäns gefiel dem Schiffskoch und mir ausgezeichnet, und wir begannen sofort, selbst nach allen möglichen Abhängigkeiten zu suchen. Pi sagte beispielsweise, daß die Süße des Kaffees die Funktion von dem darin aufgelösten Zucker ist. Aber ich übertraf ihn, weil ich eine wissenschaftliche Funktion herausfand. Ich sagte, daß die Geschwindigkeit unserer Fregatte die Funktion von der Windstärke sei. Der Kapitän lobte mich und fügte hinzu, daß die Geschwindigkeit unserer Fregatte nicht nur von der Windstärke abhängt, sondern auch von der Windrichtung, davon, wie gut die Besatzung die Segel zu setzen versteht, von der Kunst des Steuermanns, auf dem richtigen Kurs zu bleiben, vom Gewicht des Schiffs und sogar von seiner Form — kurz, von tausend der verschiedensten Gründe.

Wir spielten noch lange dieses Spiel und waren am Ende so müde, daß der Kapitän uns auf die Fregatte schickte. Doch vor dem Einschlafen gelang es mir, noch eine Abhängigkeit herauszufinden: Die Geschwindigkeit des Einschlafens ist die Funktion von der Müdigkeit. Schade, daß der Schiffskoch das nicht mehr gehört hat, er schlief bereits.

22. *Nullter* DIE CHEOPS-PYRAMIDE

Die Fregatte hat in einer Nacht wiederum 5 000 Jahre in die Vergangenheit zurückgelegt. Wir befanden uns im alten Ägypten. Nicht genug mit dem antiken Griechenland, der Kapitän wollte noch etwas Älteres.

Im alten Ägypten herrschte zu jener Zeit der Pharao Cheops. Dieser Cheops wurde dadurch berühmt, daß er für sich zu Lebzeiten ein Grabmal bauen ließ — in Ägypten werden solche Grabmale Pyramiden genannt.

Gleich nach der Landung begaben wir uns in die Totenstadt, so heißt der Ort, wo die Grabstätten für die Pharaonen gebaut wurden.

Schon aus der Ferne erblickte ich einen ganzen Wald von spitzzulaufenden hohen Bauwerken aus Stein. Da der Kapitän gesagt hatte, die Cheops-Pyramide sei die höchste, so erkannten wir sie sofort. Das war ja ein Riesending!

Ihre Grundfläche bildet ein Quadrat, dessen Seiten je 233 Meter betragen, die vier Seitenflächen, gleichschenklige Dreiecke, sind zur Grundfläche geneigt und stoßen hoch oben in einem Punkt zusammen. Dieser Punkt heißt Spitze der Pyramide und befindet sich 146,5 Meter über der Erde.

Ich begreife nicht, wie die Sklaven es fertiggebracht haben, so riesengroße Steinbrocken in diese Höhe zu befördern? Man sagt, daß die Pyramide zuerst stufenförmig angelegt wurde. Dann schleppten die Sklaven die schweren Steinbrocken die schmalen Stufen empor. Danach wurden die Stufen abgetragen, und es entstanden glatte Wände. Aber selbst wenn man Stufen benutzt hat, muß es unerhört schwer gewesen sein, mit den Händen so eine Last zu heben!

Der Kapitän sagte, daß Ägypten eines der wunderbarsten und rätselhaftesten Länder des Altertums gewesen sei. Nicht von ungefähr wurde der Sphinx zu seinem Symbol — jenes riesige Geschöpf aus Stein, ein Löwe mit Menschenkopf, das wir unterwegs sahen.

Das Wort „Sphinx" stammt nicht aus dem Ägyptischen, sondern aus dem Griechischen. Eine alte Legende berichtet von einem bösen Dämon mit Namen Sphinx, der, angestiftet von rachgierigen Göttern, ein ganzes Volk in den Untergang treiben wollte. Er verbarg sich in einer Höhle und gab jedem, der vorbeikam, ein und dasselbe Rätsel auf: Wer läuft früh auf vier, mittags auf zwei und abends auf drei Beinen? Jeden, der das Rätsel nicht zu lösen wußte, tötete er. So vernichtete er eine Vielzahl unschuldiger Menschen. Doch die Götter hatten den Sphinx gewarnt, — wenn jemand das Rätsel lösen würde, so würde er selbst sein Leben verwirken. Eines Tages verhielt ein Jüngling vor der Höhle den Schritt. Auf die Frage des Sphinx antwortete er: „Ich habe dein Rätsel gelöst. Gemeint ist der Mensch. In der Kindheit krabbelt er auf allen Vieren, dann geht er auf seinen zwei Beinen

und im Alter stützt er sich auf einen Stock." Der Sphinx wurde fuchsteufelswild, aber die Bedingung mußte erfüllt werden! So stürzte er sich von dem Felsen in den Tod. Der Jüngling, der das Rätsel gelöst hatte, hieß Ödipus und wurde bald Herrscher. Seither gilt der Sphinx als Symbol des Rätselhaften.

Diese Legende ist nicht in Ägypten, sondern im antiken Griechenland entstanden. Und nicht die alten Ägypter, sondern die Griechen haben die Grabstätten der Pharaonen Pyramiden genannt. Die Mathematiker bezeichneten einen geometrischen Körper, dessen Grundfläche ein beliebiges Vieleck ist und dessen geneigte Seitenflächen unbedingt ein Dreieck bilden, als Pyramide.

„Das ist alles schön und gut", sagte ich. „Aber weshalb haben die Pharaonen so riesige Grabmale für sich errichten lassen?"

Der Kapitän zögerte mit der Antwort.

„Diese Frage läßt sich nicht sofort beantworten. Wahrscheinlich spielten die Bräuche der alten Ägypter und ihre Religion eine große Rolle. Doch der Hauptgrund war wohl, so glaube ich, daß die Pharaonen, als sie sich so großartige Grabmale errichten ließen, auf diese Weise ihre Macht in die Jahrhunderte verewigen wollten. Was ihnen teilweise auch gelungen ist. Überlegt einmal: Was wissen wir von Cheops? Nichts oder fast nichts. Seines Namens aber erinnert man sich bis zum heutigen Tag. Dank der Pyramide, die uns weit mehr interessiert als der, für den sie errichtet worden ist."

„An der ist ja nun wirklich nichts Interessantes", platzte ich heraus. „Höchstens, daß sie so riesig ist ..."

„Einige Wissenschaftler denken seltsamerweise anders darüber." Der Kapitän lächelte spöttisch. „Sie haben an der Cheops-Pyramide viele bemerkenswerte Besonderheiten festgestellt."

„Zum Beispiel?"

„Zum Beispiel die Tatsache, daß die Ausmaße des Grabmals, die Neigungswinkel seiner zahllosen unterirdischen Korridore nicht willkürlich gewählt worden sind. Sie sind mit astronomischen Größen verbunden und folglich mit der Mathematik. Danach zu urteilen, waren den Ägyptern die Ausmaße unserer Erde, der Neigungswinkel ihrer Achse und die Entfernung der Erde vom Mond wohlbekannt ... Kurz, die stummen Steine wissen uns viel Interessantes über ein altes Volk, seine Religion und seine untergegangene Kultur zu berichten. Wir müssen es nur lernen, ihre Sprache richtig zu verstehen. Das aber erfordert Mut, Ausdauer und Enthusiasmus, mein junger Freund. Und selbstverständlich Wißbegierde."

Der Kapitän tadelte mich mit keinem Wort für meine unüberlegte Bemerkung. Er betonte nicht einmal das Wort Wißbegierde. Aber ich begriff natürlich sofort, wen er gemeint hatte und nahm mir fest vor, niemals voreilige Schlußfolgerungen zu ziehen. Und dann beschloß ich noch, unbedingt mehr über das alte Ägypten in Erfahrung zu bringen. Man sagt nämlich,

Wer läuft früh auf vier,
mittags auf zwei und
abends auf drei Beinen?

DIE CHEOPS-PYRAMIDE

2651112,8 m3

146,5 m

233 m

233 m

① 233 m × 233 m

699
699
466
54289 m²

② 54289 m² × 146,5 m

271445
325734
217156
54289
7.953.338,5 m³

③ 7953338,5 m³ : 3 ≈ 2651112,8 m³

6
19
18
15
15
3
3
3
3
25
24
1

: 3

=

daß viel über dieses Land geschrieben worden ist, ganze Berge von Büchern. Na, einen ganzen Berg bezwinge ich natürlich nicht, aber ein oder zwei Büchlein bestimmt.

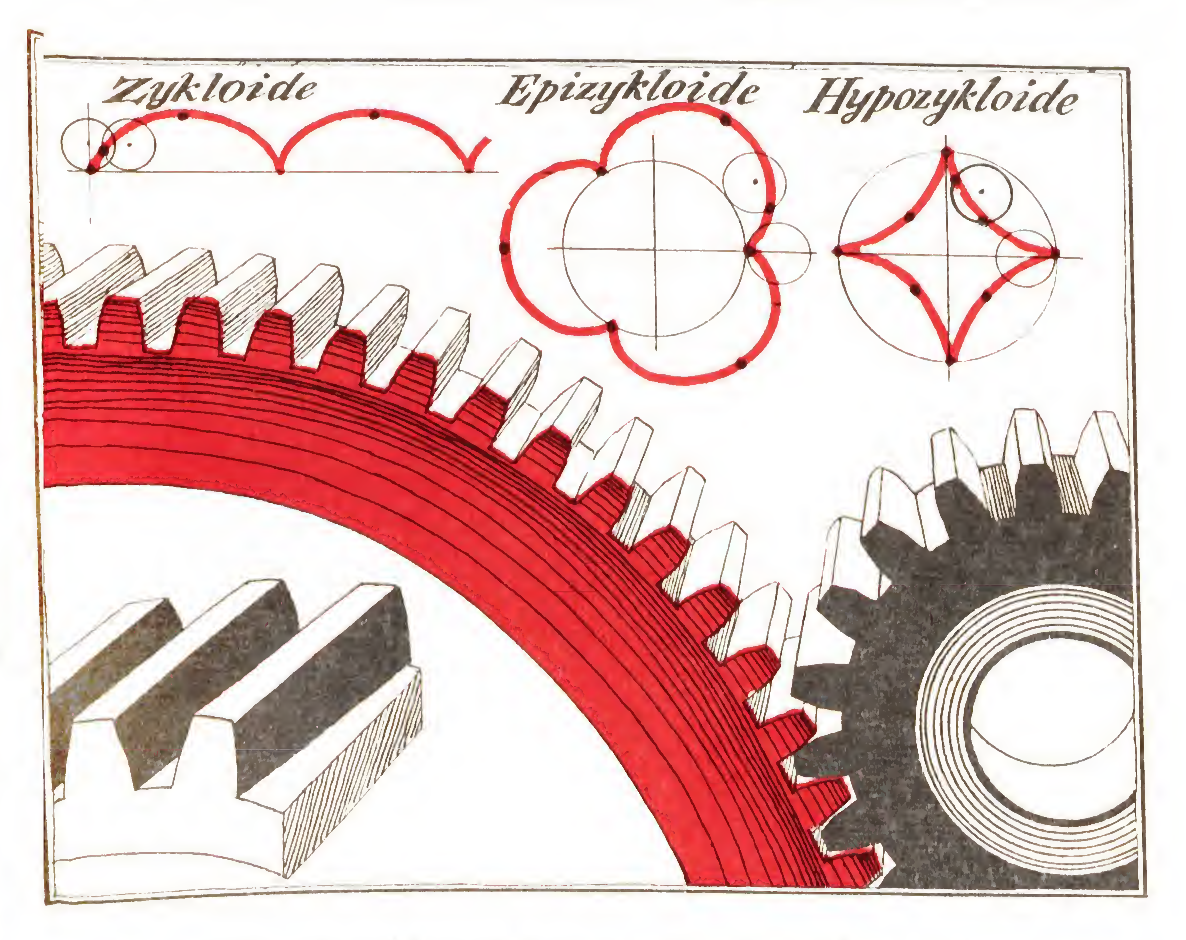
An Bord der Fregatte zurückgekehrt, beschloß ich mit dem Schiffskoch, das Volumen der Pyramide zu berechnen. Zum Glück war das nicht der erste Versuch. Wir hatten immerhin schon das Volumen des Würfels und des Aquariums berechnet und herausgefunden, daß das auf die gleiche Weise gemacht wird — man muß die Grundfläche mit der Höhe multiplizieren. Also müßte auch das Volumen der Pyramide auf dieselbe Art zu errechnen sein. Da ihre Grundfläche ein Quadrat mit einer Seitenlänge von 233 Metern bildet, war unschwer herauszufinden, daß die Grundfläche 54 289 Quadratmeter (233 · 233 = 54 289) beträgt. Anschließend multiplizierten wir die Grundfläche mit der Höhe (146,5 Meter) und kamen auf eine Riesenzahl: 7 953 338,5 Kubikmeter. Das ist vielleicht ein Volumen! Ein Riesenvolumen!

Wir taten sogar ein bißchen wichtig. Aber der Kapitän ernüchterte uns rasch, als er sagte, wir hätten alles richtig gemacht, bis auf eine Kleinigkeit: Die Zahl, die wir herausbekommen haben, müssen wir noch durch drei teilen. Warum? Weil das Volumen der Pyramide gleich einem Drittel des Volumens einer rechteckigen Schachtel mit der selben Höhe und der selben Grundfläche ist. Das habe der griechische Mathematiker Eudoxos längst bewiesen.

Wir wollten das zu gern nachprüfen. Pi fiel ein, daß er in seiner Kombüse eine viereckige Büchse mit Grieß hatte. Die Grundfläche dieser Büchse bildete ein Quadrat. Wir schnitten sofort aus Karton eine Pyramide mit eben so einer quadratischen Grundfläche und so einer Höhe aus, wie sie die Büchse aufwies. Dann stellten wir die Pyramide auf den Kopf, entfernten den Boden aus Karton und schütteten den Grieß aus der Büchse in die Öffnung. Wir mußten die Pyramide dreimal bis obenhin füllen, um die Büchse zu leeren. Da erst glaubten wir, daß der gute alte Eudoxos sich nicht geirrt hatte und daß das Volumen der Pyramide genau einem Drittel des Volumens dieser Büchse entsprach.

23. Nullter

EIN FEST DES LICHTS



Der Schiffskoch meldete, daß wir tagsüber nirgendwo anlegen würden, und der Kapitän trug uns auf, sauberzumachen. Ich hätte sehr gern geschlafen, aber Pi fügte hinzu, daß wir abends das Fest des Lichts miterleben würden und ich griff sofort zum Schrubber.

Als es ganz dunkel geworden war, lag unsere Fregatte auf der Reede in der Nähe einer schönen Bucht. Da begann es schon. Hoch durch die Luft zog sich, von Osten nach Westen, ein dünner leuchtender Draht. Er hob sich grell vom dunklen Himmel ab. Unvermutet sprang ein Reifen, der ebenfalls leuchtete, auf diesen Draht, und auf dem Reifen entzündete sich ein roter Punkt, eine Glühbirne.

Musik ertönte, und der Reifen glitt auf dem Draht geradewegs nach Osten. Er rollte immer schneller davon und entschwand bald völlig unseren Blicken. Dafür hing die Linie, die die rote Glühbirne beschrieben hatte, weiter in der Luft wie eine endlose Eisenbahnbrücke, die aus roten leuchtenden Bögen gebaut ist.

Ich staunte: Das Lämpchen hatte sich zusammen mit dem Reifen be-

8 1400

wegt — folglich mußte es in der Luft Kreise beschreiben. Aber etwas ganz anderes kam dabei zustande. Der Kapitän fand sofort heraus, worin mein Fehler bestand: Ich hatte nicht bedacht, daß sich das Lämpchen nicht nur zusammen mit dem Reifen dreht, sondern zugleich mit ihm eine Gerade entlangrollt.

Gerade hin, Gerade her, dabei entstand jedenfalls eine Kurve, die aus Bögen bestand. Diese Kurve (so meldete der Küstenfunk), heißt Zykloide — ebenso wie die Bucht.

Der Kapitän erklärte, daß Zykloide ein griechisches Wort sei und von dem Wort kykloeides abgeleitet wird, was „Kreis" bedeutet. Deshalb kommt es häufig in der Benennung solcher Erscheinungen und Geräte vor, die mit Drehungen verbunden sind.

Ein heftiger Wirbelsturm beispielsweise heißt Zyklon. Denn Sturm ist eine Drehung der Luft.

Ein Gerät zur Drehung der kleinsten Teilchen der Materie heißt Zyklotron. Es gibt sehr viele solche Teilchen — Elektronen, Protonen, Neutronen ... Die Wissenschaftler entdecken immer neue Teilchen, aus denen die Materie besteht (das heißt, wir selbst und alles, was uns umgibt). Wie machen sie das bloß? Na, mit Hilfe des Zyklotrons, einer Anlage, die einem riesigen, hohlen, das heißt, innen leeren Kringel ähnelt. Sie wird auch Beschleuniger genannt. Wenn die Teilchen der Materie, die sich im Zyklotron befinden, sehr stark beschleunigt werden, das heißt, wenn sie gezwungen werden, sich mit großer Geschwindigkeit zu drehen, so beginnen sie andere Teilchen zu bombardieren und zerschlagen sie. Dabei entstehen neue, noch unbekannte Teilchen der Materie. Die Physiker beobachten sie und untersuchen ihr Verhalten.

Während der Kapitän uns vom Zyklotron erzählte, war der Reifen, der nach Osten gerollt war, zurückgekehrt, allerdings von Westen her, und hielt nun dort, wo er seine Reise begonnen hatte, an.

Der Leuchtdraht verschwand, der Reifen hing in der Luft, sein Lämpchen erlosch, und auf diesem großen Reifen erschien ein anderer, kleiner Reifen. Jetzt flammte das rote Lämpchen dort auf.

Wieder erklang Musik. Der kleine Reifen rollte auf dem großen entlang, und sein Lämpchen zeichnete ebenfalls eine leuchtende Linie in die Luft. Als der kleine Reifen an seinen Ausgangspunkt zurückkehrte, leuchtete am Himmel eine riesengroße rote Blume. Wie sich zeigte, hatte sie sogar einen Namen: Epizykloide.

Ich wollte gerade fragen, was das sei, da kroch der kleine Reifen in den großen und begann wieder auf dessen Kreislinie entlangzurollen. Das rote Lämpchen beschrieb noch eine Kurve. Von der Küste wurde gemeldet, daß dies eine Hypozykloide sei, und gleichzeitig wurde erklärt, daß „epi" ein Präfix sei und auf Griechisch „darüber", „darauf", „daneben" und „hypo" „unter", „darunter" bedeute. Der kleine Reifen war ja zuerst außen und dann innen auf dem großen Reifen entlanggerollt.

Das war alles schön und gut, aber man wußte eigentlich nicht recht, was das Ganze bedeuten sollte. Doch der Kapitän sagte, daß die Linien, die wir heute gesehen hatten, in der Technik nicht mehr zu missen sind. Die Ingenieure sind ohne sie völlig hilflos. Zykloide werden im Auto und an der Drehbank, im Uhrwerk und auch in der Winde benötigt, die unseren Anker einholt ... Kurz, überall dort, wo eine Welle zum Drehen gebracht werden muß. Hier helfen dem Menschen Zahnräder — die Triebräder. Die Zähne eines Triebrades geraten zwischen die Zähne eines anderen und es erfolgt eine Verzahnung, eine Kohäsion. Ein Triebrad bringt das andere, das auf einer Welle befestigt ist, zum Drehen, und die Welle wiederum setzt die Maschine in Bewegung.

„Das verstehe ich alles", warf Pi ein. „Aber was hat das mit der Zykloide zu tun?"

„Ganz einfach", erwiderte der Kapitän. „Sehr oft hat die Krümmung des Triebradzahns die Form einer Zykloide. Deshalb wird die Verzahnung solcher Triebräder als Zykloidenverzahnung bezeichnet."

Der Schiffskoch und ich wollten sofort überprüfen, wie sich die Triebräder miteinander verzahnen. Er spreizte die Finger, und ich schob meine dazwischen. Aber das genügte uns noch nicht.

Wir spielten also Triebrad, schlugen Rad auf Deck und stießen zusammen. Das ergab so eine Zykloidenverzahnung, daß die anderen uns nur mit Mühe und Not wieder entzahnten.

wegt — folglich mußte es in der Luft Kreise beschreiben. Aber etwas ganz anderes kam dabei zustande. Der Kapitän fand sofort heraus, worin mein Fehler bestand: Ich hatte nicht bedacht, daß sich das Lämpchen nicht nur zusammen mit dem Reifen dreht, sondern zugleich mit ihm eine Gerade entlangrollt.

Gerade hin, Gerade her, dabei entstand jedenfalls eine Kurve, die aus Bögen bestand. Diese Kurve (so meldete der Küstenfunk), heißt Zykloide — ebenso wie die Bucht.

Der Kapitän erklärte, daß Zykloide ein griechisches Wort sei und von dem Wort kykloeides abgeleitet wird, was „Kreis" bedeutet. Deshalb kommt es häufig in der Benennung solcher Erscheinungen und Geräte vor, die mit Drehungen verbunden sind.

Ein heftiger Wirbelsturm beispielsweise heißt Zyklon. Denn Sturm ist eine Drehung der Luft.

Ein Gerät zur Drehung der kleinsten Teilchen der Materie heißt Zyklotron. Es gibt sehr viele solche Teilchen — Elektronen, Protonen, Neutronen ... Die Wissenschaftler entdecken immer neue Teilchen, aus denen die Materie besteht (das heißt, wir selbst und alles, was uns umgibt). Wie machen sie das bloß? Na, mit Hilfe des Zyklotrons, einer Anlage, die einem riesigen, hohlen, das heißt, innen leeren Kringel ähnelt. Sie wird auch Beschleuniger genannt. Wenn die Teilchen der Materie, die sich im Zyklotron befinden, sehr stark beschleunigt werden, das heißt, wenn sie gezwungen werden, sich mit großer Geschwindigkeit zu drehen, so beginnen sie andere Teilchen zu bombardieren und zerschlagen sie. Dabei entstehen neue, noch unbekannte Teilchen der Materie. Die Physiker beobachten sie und untersuchen ihr Verhalten.

Während der Kapitän uns vom Zyklotron erzählte, war der Reifen, der nach Osten gerollt war, zurückgekehrt, allerdings von Westen her, und hielt nun dort, wo er seine Reise begonnen hatte, an.

Der Leuchtdraht verschwand, der Reifen hing in der Luft, sein Lämpchen erlosch, und auf diesem großen Reifen erschien ein anderer, kleiner Reifen. Jetzt flammte das rote Lämpchen dort auf.

Wieder erklang Musik. Der kleine Reifen rollte auf dem großen entlang, und sein Lämpchen zeichnete ebenfalls eine leuchtende Linie in die Luft. Als der kleine Reifen an seinen Ausgangspunkt zurückkehrte, leuchtete am Himmel eine riesengroße rote Blume. Wie sich zeigte, hatte sie sogar einen Namen: Epizykloide.

Ich wollte gerade fragen, was das sei, da kroch der kleine Reifen in den großen und begann wieder auf dessen Kreislinie entlangzurollen. Das rote Lämpchen beschrieb noch eine Kurve. Von der Küste wurde gemeldet, daß dies eine Hypozykloide sei, und gleichzeitig wurde erklärt, daß „epi" ein Präfix sei und auf Griechisch „darüber", „darauf", „daneben" und „hypo" „unter", „darunter" bedeute. Der kleine Reifen war ja zuerst außen und dann innen auf dem großen Reifen entlanggerollt.

Das war alles schön und gut, aber man wußte eigentlich nicht recht, was das Ganze bedeuten sollte. Doch der Kapitän sagte, daß die Linien, die wir heute gesehen hatten, in der Technik nicht mehr zu missen sind. Die Ingenieure sind ohne sie völlig hilflos. Zykloide werden im Auto und an der Drehbank, im Uhrwerk und auch in der Winde benötigt, die unseren Anker einholt ... Kurz, überall dort, wo eine Welle zum Drehen gebracht werden muß. Hier helfen dem Menschen Zahnräder — die Triebräder. Die Zähne eines Triebrades geraten zwischen die Zähne eines anderen und es erfolgt eine Verzahnung, eine Kohäsion. Ein Triebrad bringt das andere, das auf einer Welle befestigt ist, zum Drehen, und die Welle wiederum setzt die Maschine in Bewegung.

„Das verstehe ich alles", warf Pi ein. „Aber was hat das mit der Zykloide zu tun?"

„Ganz einfach", erwiderte der Kapitän. „Sehr oft hat die Krümmung des Triebradzahns die Form einer Zykloide. Deshalb wird die Verzahnung solcher Triebräder als Zykloidenverzahnung bezeichnet."

Der Schiffskoch und ich wollten sofort überprüfen, wie sich die Triebräder miteinander verzahnen. Er spreizte die Finger, und ich schob meine dazwischen. Aber das genügte uns noch nicht.

Wir spielten also Triebrad, schlugen Rad auf Deck und stießen zusammen. Das ergab so eine Zykloidenverzahnung, daß die anderen uns nur mit Mühe und Not wieder entzahnten.

DAS FUNDBÜRO

Wir verbrachten einen ganzen Tag in der Zahlen-Bucht.

Ehrlich gesagt, mit den Zahlen stehe ich nicht auf bestem Fuß. Mal vergesse ich beim Dividieren die nächste Zahl runterzuholen, besonders wenn es eine Null ist, oder ich multipliziere sieben mal acht falsch — immer kommt bei mir 58 raus.

Aber am schwersten fällt es mir, eine große Zahl zu behalten. Für Zahlen habe ich halt ein schlechtes Gedächtnis, ich vergesse sie oft!

Und was denkt ihr? Kaum waren wir an Land gegangen, da erblickten wir unmittelbar neben der Anlegestelle ein Haus mit folgendem Aushängeschild: Fundbüro für vergessene Zahlen.

Da kann man also eine vergessene Zahl wie einen Schirm wiederfinden, den man im Trolleybus stehen gelassen hat? Da ich gerade meine Telefonnummer vergessen hatte, beschloß ich, ins Fundbüro zu gehen. Der Schiffskoch sagte, er habe seine Telefonnummer ebenfalls vergessen, und wir gingen zusammen hinein.

Der Leiter empfing uns äußerst freundlich und versicherte uns sofort, daß wir unbesorgt sein könnten: Wenn wir eine wichtige Zahl vergessen haben, so werde er sie zweifellos finden.

Wie sich herausstellte, wurden hier alle Zahlen, die es nur auf der Welt gibt, aufbewahrt.

„Welche Merkmale hat also Ihre Zahl?" wandte er sich an mich.

„Nanu! Haben Zahlen etwa Merkmale?"

„Aber sicher!" entgegnete der Leiter des Fundbüros. „Die Zahlen haben so viele Merkmale oder Kriterien, sie stehen in so unerwarteten Beziehungen zueinander und unterhalten geheime Verbindungen, daß die Wissenschaftler noch lange nicht alles über sie in Erfahrung bringen konnten. Deshalb muß man, bevor man eine Zahl vergißt, zumindest einige Kriterien in Erinnerung behalten."

Wir versprachen, das nächste Mal beim Vergessen von Zahlen umsichtiger zu sein, und baten den Leiter, uns zu erzählen, welche Kriterien die Zahlen haben.

Der Leiter holte einen kleinen Kasten aus dem Schrank und zog auf gut Glück ein Kärtchen heraus. Drauf stand die Zahl 284 130.

„Oh, was für eine große Ziffer!" sagte ich aufseufzend.

Der Leiter war entsetzt.

„Was sagst du da? Das ist doch keine Ziffer! Das ist eine Zahl! Ziffern können weder groß noch klein sein. Sie sind lediglich Zeichen, um Zahlen niederschreiben zu können. So wie das Wort aus Buchstaben besteht. Es gibt zwar nur zehn Ziffern, doch man kann mit ihnen eine Vielzahl von Zah-

1 2 3 4 5 6
284130

SECHSSTELLIGE ZAHL
GANZE ZAHL
POSITIVE ZAHL
GERADE ZAHL
REELLE ZAHL
RATIONALE ZAHL
ZUSAMMENGESETZTE ZAHL
$2+8+4+1+3+0=18$
NEGATIVE ZAHL
$3-5=-2$

len niederschreiben. Also", fuhr er fort, „die Zahl 284 130 besteht aus sechs Ziffern, deshalb ist sie *sechsstellig*. Der Stellenwert ist das erste wichtige Kriterium der *ganzen Zahl*. Ihr habt hoffentlich schon begriffen, daß unsere Zahl eine ganze ist. Dieses Kriterium ist ebenfalls nicht unwichtig. Was kann man noch über die Zahl 284 130 sagen? Selbstverständlich ist sie *positiv*. Warum? Weil sie mehr als Null ist."

„Als wenn es Zahlen unter Null gibt."

„Natürlich", erwiderte der Leiter. „Es ist sicher leicht zu erraten, daß man sie als *negative Zahlen* bezeichnet."

Halt mal, halt! Das hab ich doch schon mal gehört: positive und negative Zahlen und daß die Null wie ein treuer Wächter zwischen ihnen steht — davon hatte der Präsident auf der Null-Insel gesprochen. Aber damals hatte ich nicht verstanden, was das für Zahlen unter Null sind. Kann man ohne sie etwa nicht auskommen? Wie sich zeigte, nicht!

„Ohne negative Zahlen ist die Mathematik völlig hilflos", sagte der Leiter des Fundbüros. „Versuche einmal drei Äpfel auf den Tisch zu legen und von ihnen fünf Äpfel abzuziehen. Das geht nicht! Mit Äpfeln nicht, aber mit Zahlen kannst du das machen, soviel du willst: $3 - 5 = -2$. Du hast eine negative Zahl erhalten: minus Zwei!"

Das war ja die reinste Zauberei! Wir waren furchtbar erstaunt, aber der Leiter des Fundbüros staunte noch mehr.

„Habt ihr niemals ein Thermometer gesehen?" fragte er. „Stellt euch vor, es zeigt 3 Grad Wärme (+3), dann aber fällt die Temperatur plötzlich um 5 Grad. Was seht ihr auf dem Thermometer?"

„Zwei Grad Frost", entgegnete Pi.

„Richtig, zwei Grad unter Null, das heißt minus 2 Grad. Da habt ihr doch von Drei Fünf abgezogen und minus Zwei herausbekommen!"

„Jetzt verstehe ich", nickte Pi.

„Und nun noch ein Kriterium unserer Zahl", fuhr der Leiter fort. „Es ist eine *reelle Zahl*."

Haha! Da gibt es also auch unreelle Zahlen? So ein komischer Kauz! Vielleicht hat er nicht alle ...? Aber der komische Kauz blickte uns aus völlig normalen Augen an und sagte, daß es überhaupt keinen Grund zum Lachen gäbe, weil es solche Zahlen gibt. Sie heißen *imaginäre Zahlen*. Er könne uns leider nur nicht erklären, was das für Zahlen seien. Aber vorläufig brauchten wir sie nicht, weil es sowieso keine imaginären Telefonnummern gibt.

Doch damit nicht genug. Unsere Zahl hatte noch ein wichtiges Kriterium: Es war eine *rationale Zahl*. Das bedeutet, daß man sie genau niederschreiben oder auf dem Lineal abzählen kann. Da erriet ich mit dem Schiffskoch sofort, daß es folglich auch eine Zahl geben müsse, die man nicht niederschreiben könne. Wir hatten uns nicht getäuscht: Solche Zahlen gibt es wirklich, und sie werden als *irrationale Zahlen* bezeichnet. Man kann sie nur annäherungsweise aufschreiben: zum Beispiel die Zahl „π": Sie entspricht annähernd drei Ganzen und vierzehn Hundertstel.

Das wußten wir schon. Aber noch etwas Neues: Wie sich herausstellte, war mein Freund Pi eine irrationale Zahl! Man lernt nie aus!

Was hatten wir also über die Zahl 284 130 in Erfahrung gebracht? Wir hatten herausgefunden, daß sie sechsstellig, positiv, reell, rational und eine ganze Zahl war.

„Fügt noch hinzu, daß es eine *gerade Zahl* ist", sagte der Leiter. „Seht ihr, wie viele Kriterien sie besitzt? Aber das ist noch zu wenig. Um eine vergessene Zahl zu finden, muß man nicht nur ihre einfachsten, sondern auch ihre besonderen Kriterien kennen — nun, zumindest die Quersumme. Bei unserer Zahl beträgt sie 18 $(2 + 8 + 4 + 1 + 3 + 0 = 18)$. Beachtet bitte auch, daß die Zahl 284 130 *teilbar* ist, man kann sie in Faktoren zerlegen."

Da dachte ich, daß, wenn es Zahlen gibt, die man in Faktoren zerlegen kann, es also auch Zahlen geben muß, die man nicht in Faktoren zerlegen kann. Und hatte wieder einmal ins Schwarze getroffen. Denn solche Zahlen gibt es (sie werden *Primzahlen* genannt), aber sie lassen sich durch Eins und durch sich selber dividieren. Sonst allerdings durch nichts, zum Beispiel: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 ... Das sind natürlich nur die ersten Primzahlen, an sich gibt es unendlich viele. Die größte der aufgefundenen Primzahlen ist mehr als tausenddreihundertstellig. Zum Verrücktwerden! Und welche die nächste ist — weiß man nicht. Bislang ist sie noch nicht errechnet worden. Übrigens ...

In diesem Moment sah uns der Leiter des Fundbüros an und sagte lachend, daß es für uns an der Zeit sei, auszuruhen. Umso mehr als sein Arbeitstag zu Ende sei. Wir bedankten uns artig und gingen auf die Fregatte.

25. Nullter — NEUE KRITERIEN

Morgens sagte der Kapitän, daß die Fregatte auch heute noch in der Zahlen-Bucht vor Anker liegen werde.

Der Schiffskoch und ich gingen sofort an Land, und unsere Füße brachten uns, ohne daß wir es recht bemerkten, zum Fundbüro. Der Leiter schien über unser Erscheinen nicht sonderlich erstaunt zu sein und zog sofort das Kärtchen mit der uns schon bekannten Zahl 284 130 hervor.

„Gestern haben Sie gesagt, daß es eine teilbare Zahl sei“, erinnerte Pi. „Wie ist das zu verstehen?“

„Man sieht doch auf den ersten Blick, daß diese Zahl zu teilen geht und zwar durch 2, durch 3 und durch 5, durch 6 und durch 9, durch 10 und durch 11!“

Wir sperrten Mund und Nase auf! Wie hatte er das erraten?

Er hatte es gar nicht erraten, er kannte einfach die Teilbarkeitskriterien dieser Zahl. Wie sich herausstellte, teilt sich 284 130 durch 2, weil es eine gerade Zahl ist. Um herauszufinden, ob sich die Zahl durch 3 oder durch 9 teilt, muß man die Quersumme ihrer Ziffern errechnen. Wenn diese Summe durch 3 und 9 teilbar ist, so ist die Zahl selbst ebenfalls durch 3 und 9 teilbar. Die Summe der Ziffern unserer Zahl beträgt 18. Die 18 aber ist durch 3 und durch 9 teilbar. Folglich läßt sich auch unsere Zahl durch 3 und 9 teilen.

„Gehen wir weiter“, fuhr der Leiter fort. „Wenn unsere Zahl durch 2 und 3 teilbar ist, so ist sie folglich auch durch 6 teilbar. Denn $6 = 2 \cdot 3$. Durch 5 und durch 10 läßt sie sich teilen, weil sie mit einer Null endet. Wie ihr seht, gibt's hier überhaupt keine Schwierigkeiten.“

„Sie haben die 11 vergessen“, erinnerte Pi. „Welches Teilbarkeitskriterium gibt es für sie?“

„Die 11 habe ich tatsächlich ganz vergessen.“ Der Leiter des Fundbüros lächelte verlegen. „Dieses Kriterium ist nicht schwer festzustellen. Um herauszufinden, ob sich die Zahl 284 130 durch 11 dividieren läßt, habe ich eine über die andere Ziffer zusammengezogen, zuerst die an den ungeraden Stellen: $2 + 4 + 3 = 9$, anschließend die an den geraden: $8 + 1 + 0 = 9$. Wie ihr seht, sind beide Summen gleich, das aber ist ein sicheres Zeichen für die Teilbarkeit durch 11. Und nun“, der Leiter hob feierlich den Zeigefinger, „will ich euch über noch zwei hervorragende Kriterien unserer Zahl erzählen. Beachtet die zwei ersten Ziffern: sie bilden die zweistellige Zahl 28, und die ersten drei Ziffern die dreistellige Zahl 284. Jede dieser Zahlen ist auf ihre Art hervorragend. Beginnen wir mit der 28. Welche Teiler hat sie? 1, 2, 4, 7 und 14. Jetzt summiert sie.“

Wir taten es, und was meint ihr? Die Summe der Teiler von der Zahl 28

war wiederum 28: $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$.

Der Leiter sagte, daß solche Zahlen als *vollkommene Zahlen* bezeichnet werden. Nehmen wir als Beispiel die Zahl 6. Sie ist ebenfalls vollkommen, denn die Summe ihrer Teiler ist gleich 6: $1 + 2 + 3 = 6$.

Das reinste Wunder! Und was passiert mit der Zahl 284?

„Da passieren andere Wunder", erwiderte der Leiter. „Ihre Teiler sind 1, 2, 4, 71, 142. Wenn wir sie summieren, so erhalten wir ..."

„220." Ich hatte es rasch ausgerechnet. „Und da ist gar kein Wunder dran."

Der Leiter lachte spöttisch.

„Doch, doch. Wir wollen jetzt mal die Summe der Teiler von der Zahl 220 ermitteln. Es sind 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 und 110. Welche Summe erhalten wir?" Er lehnte sich siegesgewiß in seinem Armstuhl zurück. „Wir erhalten die Summe 284!"

„Na und?"

„Was heißt ‚na und'? Das bedeutet, daß zwischen den Zahlen 220 und 284 interessante Beziehungen bestehen. Man kann sagen, freundschaftliche. Sie haben die Summe ihrer Teiler ausgetauscht. Deshalb werden sie befreundete Zahlen genannt ..."

Interessant, wie viele andere Kriterien der Zahl 284 130 wir noch kennengelernt hätten, wenn der Leiter des Fundbüros nicht erraten hätte, daß uns schon diese fürs erste ausreichten?

26. *Nullter* — DIE FLASCHENPOST

Heute durfte ich mit Eins zusammen auf der Kapitänsbrücke stehen. Ich machte mich natürlich sofort ans Fernrohr. Es war ein klarer Tag. Das Meer war ruhig, gutmütig, genau wie unser Kapitän, wenn er guter Laune ist. Da plötzlich ...

„Links außenbord ein unbekannter Gegenstand in Sicht!" schrie ich.

Der Kapitän blickte in die gewiesene Richtung und befahl sofort, ein Beiboot auszusetzen. Kurz darauf hielt ich den „unbekannten Gegenstand" in den Händen. Es war eine fest verschlossene Flasche. Durch das grüne Glas konnte man ein Stückchen Papier erkennen. Mit Mühe und Not gelang es uns, den Zettel herauszuziehen. Auf dem Papier stand: „15° 50′ 14″ w. L., 3° 10′ 5″ n. Br. Fischer."

Die Brauen des Kapitäns bildeten über seiner Nase einen dicken Strich.

„Das ist ernst! Wir fahren zu Hilfe." Er befahl sofort, den Kurs zu ändern.

Ich fragte, wie er erraten habe, wohin wir müssen.

„Hier steht doch alles", sagte der Kapitän. „Die genauen Koordinaten."

Ich sah mir noch einmal das Papierchen an, ohne etwas zu verstehen. Das Wort Koordinaten hörte ich zwar nicht zum ersten Mal, aber ich hatte mich nie bemüht, in Erfahrung zu bringen, was es bedeutet. Jetzt war der richtige Moment gekommen, um Versäumtes nachzuholen.

Während die Fregatte in die befohlene Richtung fuhr, brachte ich folgendes in Erfahrung. Koordinaten sind ein geordnetes Zahlenpaar, nach dem man jeden Punkt oder Gegenstand auf der Ebene finden kann. Es gibt verschiedene Ebenen. Die Ebene oder Oberfläche des Tisches ist flach. Die Oberfläche der Erde ist rund, oder, wie die Wissenschaftler sagen, räumlich.

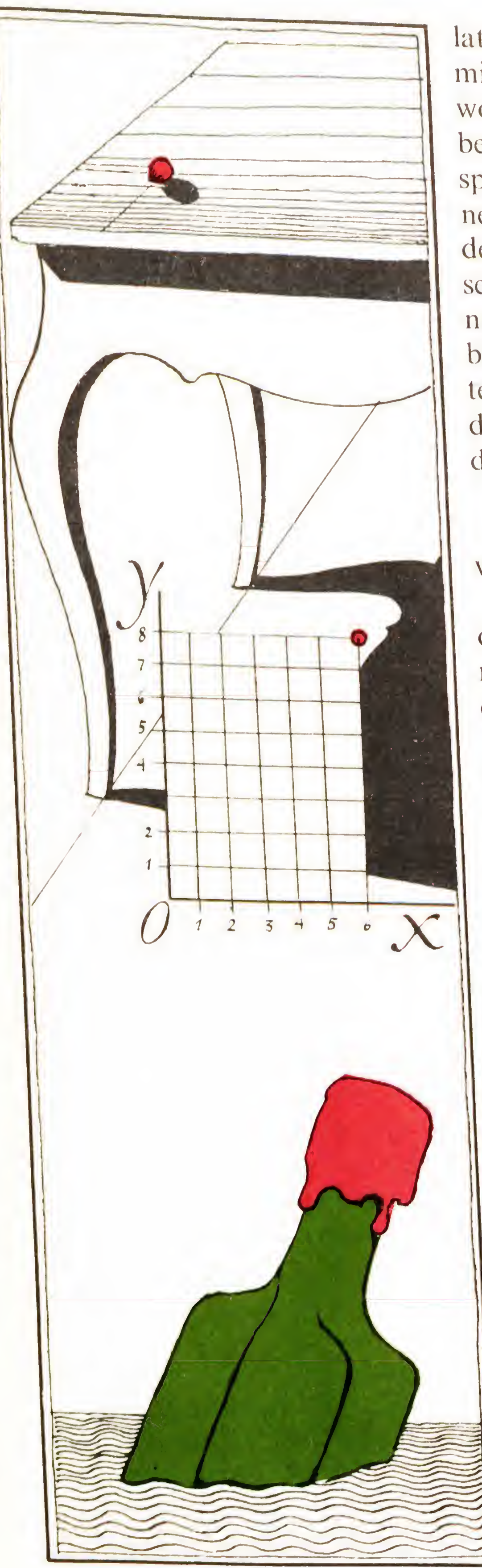
Für die verschiedenen Ebenen benutzt man verschiedene Koordinaten.

Um die Lage eines Punktes auf einer Ebene festzustellen, verwendet man das Koordinatensystem auf einer Geraden. Wenn man hingegen einen Punkt auf einer Kugeloberfläche finden will, ist es günstiger, sich der Kugelkoordinaten zu bedienen.

Ich fragte: „Wie kann man mit Hilfe von zwei Zahlen einen Punkt auf einer Ebene finden?"

Der Kapitän holte eine Nuß aus der Tasche und legte sie auf den Tisch.

„Wollen wir einmal die Koordinaten dieser Nuß bestimmen. Wir legen zunächst die Koordinatenachsen fest, das heißt, zwei Geraden, von denen wir den Abstand bis zur Nuß abzählen werden. Am einfachsten ist es, als Koordinatenachsen zwei einander rechtwinklig schneidende Tischkanten zu wählen. Wir bezeichnen die waagerecht liegende Achse mit dem



lateinischen Buchstaben x, die andere mit dem Buchstaben y. Der Punkt, wo sich die Achsen x und y schneiden, bezeichnen wir als Koordinatenursprung oder Nullpunkt und bezeichnen ihn mit 0. Jetzt ziehen wir von der Nuß die Senkrechten auf die Achsen x und y. Wir messen die Entfernung vom Anfang der Koordinaten bis zum Fußpunkt dieser Senkrechten, das heißt, bis zu den Punkten, wo die Senkrechten die Achsen schneiden.

Ich zog ein Bandmaß heraus:

„In welchen Einheiten messen wir?"

„In welchen du möchtest! Wenn du willst, in Kilometern ... Bloß Kilometer sind für einen Tisch nicht ganz das richtige ..."

Wir beschlossen, in Zentimetern zu rechnen. Wie sich herausstellte, war die Koordinate der Nuß auf der x-Achse genau 6 Zentimeter und auf der y-Achse 8 Zentimeter.

„Da hast du also die genauen Koordinaten der Nuß auf dem Tisch gefunden", sagte der Kapitän. „6 und 8. Und merke dir bitte, daß die erste Zahl immer den Abstand auf der x-Achse und die zweite den Abstand auf der y-Achse angibt. Sonst gerätst du an eine falsche Adresse."

„Wie aber werden die Koordinaten der Erde bestimmt?" fragte ich. „Die Erde ist doch kein Tisch, sondern eine Kugel. Eine Kugel aber hat keine Kanten."

Der Kapitän lächelte.

„Das hast du richtig bemerkt! Die Erde ist in der Tat eine Kugel. Allerdings eine etwas plattgedrückte, aber das zählt nicht. Eine Kugel ist ein geo-

Äquator

15° 50′ 14″ w. L.
3° 10′ 5″ n. B.

Äquator

metrischer Körper, bei dem alle Oberflächenpunkte gleich weit vom Mittelpunkt entfernt sind. Um also den gesuchten Punkt auf der Kugeloberfläche zu finden, müssen wir seine Koordinaten kennen. Dafür aber ist es vor allem notwendig, die Koordinatenachsen herauszufinden. Für die Kugel sind das keine geraden Linien, sondern zwei einander rechtwinklig schneidende Kreise. Der eine, welcher die Erde in Nord- und Südhalbkugel unterteilt, heißt Äquator. Der andere, der durch Nord- und Südpol führt, heißt Nullmeridian.“

Als ich Null hörte, freute ich mich furchtbar und wollte wissen, warum der Meridian Null heiße.

„Das hängt damit zusammen“, sagte der Kapitän, „daß man durch Nord- und Südpol beliebig viele Meridiane ziehen kann. Deshalb war es notwendig, sich darüber zu einigen, bei welchem man anfängt zu zählen. Man wählte den Meridian, der durch Greenwich, einen Vorort von London, führt. Deshalb wird der Nullmeridian auch der Meridian von Greenwich genannt. Angefangen von dem Punkt, wo sich der Nullmeridian und der Äquator schneiden, wurde der Äquator in 360 gleiche Abschnitte unterteilt und es wurden 180 Meridiane gezogen, die die Erde folglich in 360 Abschnitte unterteilten.

„Genau wie Apfelsinenscheiben“, sagte ich. „Nur sind die wesentlich kleiner.“

Was ich nicht begreifen konnte: Den Äquator haben sie in 360 Scheiben unterteilt, warum aber haben sie nur 180 Meridiane gezogen? Wie konnte das geschehen?

„Du hast nicht bedacht, daß jeder Meridian den Äquator in zwei Punkten schneidet“, erklärte der Kapitän. „Kapiert? Dann höre weiter zu. Als man mit dem Äquator fertig war, begann man den Meridian zu teilen. Man unterteilte den Abstand auf dem Meridian zwischen dem Äquator und jedem Pol in 90 gleiche Teile und zog zum Äquator parallele Kreise, die die Bezeichnung Parallelkreise (Breitenkreise) erhielten.

„Das erinnert weniger an eine Apfelsine, sondern eher an eine Wassermelone, die in Scheiben geschnitten ist“, sagte ich leise.

„Da die Erde aber zwei Pole hat“, fuhr der Kapitän fort, „entstanden 180 Kreise. In dem Maße, wie sich die Radien der Parallelen den Polen nähern, werden sie kürzer und verwandeln sich unmittelbar am Pol überhaupt in einen Punkt.“

„Dann ist wohl der Äquator der Null-Parallelkreis?“ mutmaßte ich.

„Selbstverständlich.“ Der Kapitän nickte. „Ich sehe, das hast du verstanden. Dann geht's weiter. Nachdem man den Raum in 180 Meridiane und 180 Parallelkreise unterteilt hatte, war die Erdkugel in eine Art Netz geraten. Der Abstand zwischen den zwei nächstgelegenen Meridianen, der auf jedem x-beliebigen Parallelkreis berechnet wird, sollte, so einigte man sich, als ein Grad geographischer Länge und der Abstand zwischen zwei Parallelkreisen, der auf jedem x-beliebigen Meridian berechnet wird, sollte als ein

Grad geographischer Breite bezeichnet werden. Jeder Grad ist wiederum in 60 Minuten und die Minute in 60 Sekunden unterteilt. Die Grade werden mit einem Kreis, die Minuten mit einem Strich, die Sekunde mit zwei Strichen bezeichnet. Jetzt kannst du eigentlich schon selbst den Zettel der Fische dechiffrieren.“

Ich nahm den Zettel und las:

„15 Grad 50 Minuten 14 Sekunden w... L...“

„Warum stockst du denn?“ fragte der Kapitän. „W. L. bedeutet westlicher Länge. Das wird hinzugefügt, um darauf hinzuweisen, nach welcher Seite vom Greenwich-Meridian die Längengrade gemessen werden müssen.“

Nun fiel es mir wirklich nicht mehr schwer, den Zettel zu Ende zu lesen: „15 Grad 50 Minuten 14 Sekunden westlicher Länge, 3 Grad 10 Minuten 5 Sekunden nördlicher Breite.“

„Dorthin fahren wir jetzt“, sagte der Kapitän.

In diesem Augenblick ertönten aus dem Mastkorb laute Rufe: „Menschen über Bord!“ Was weiter passierte, beschreibe ich nicht. Ich sage nur, daß die Schiffbrüchigen ein paar Minuten später bei uns an Bord waren. Sie konnten sich kaum mehr auf den Füßen halten, doch sie kamen rasch zu sich, als sie eine Mixtur probierten, die der Schiffskoch extra für solche Fälle zubereitet hatte. Pi sagte, daß es sich dabei um seine eigene Erfindung handele, und nannte sie „Cocktail für Ertrinkende“.

So nahm dieses Abenteuer ein gutes Ende. Doch bald folgte ein anderes.

Es war um die Mittagszeit. Die Sonne stand senkrecht am Himmel. Der Kapitän sagte, daß wir um die Westküste von Afrika fahren und riet uns, auf der Hut zu sein, weil uns ... Er kam nicht dazu, den Satz zu vollenden: Die Wellen schäumten und brodelten, und plötzlich tauchte unser alter Bekannter, Neptun, vor uns auf. Diesmal zürnte er keinem. Ich fand, daß er sogar über die Maßen fröhlich war.

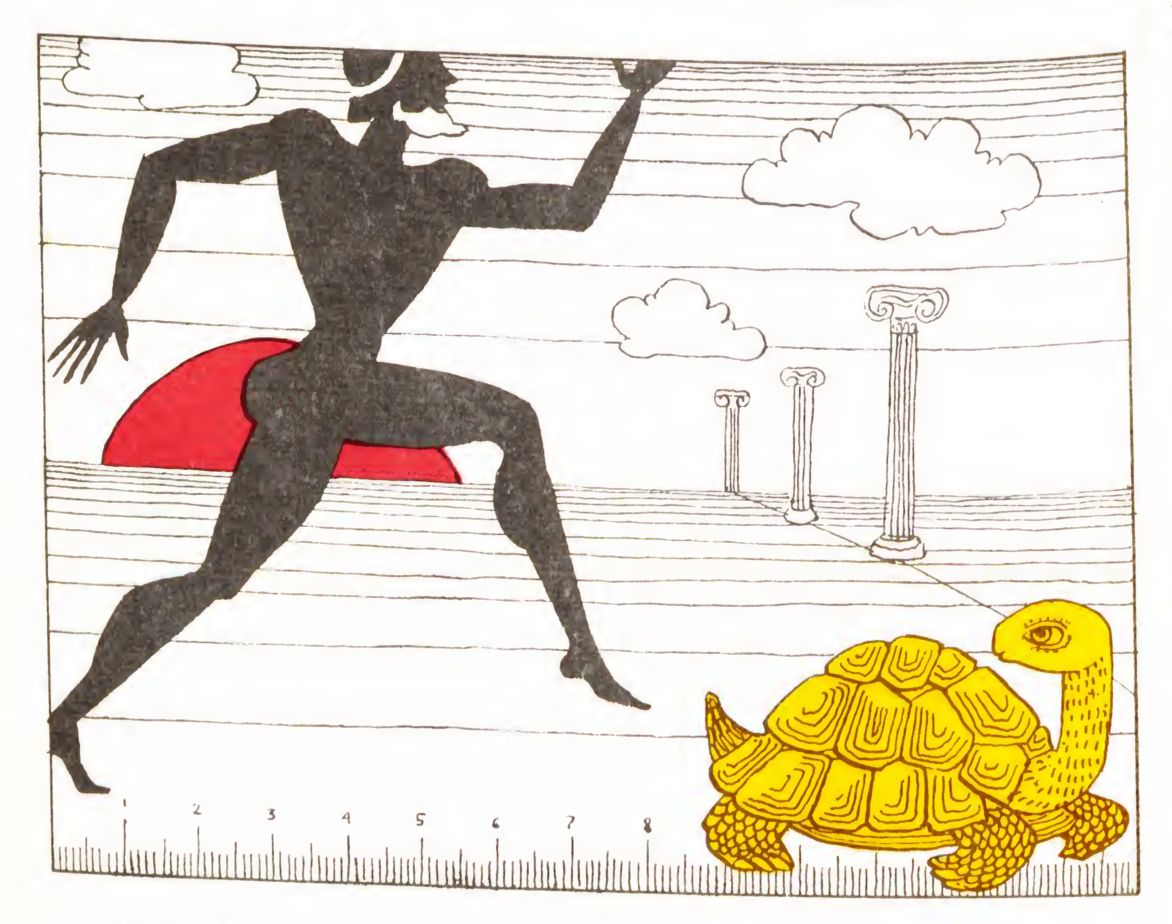
Die Fregatte stoppte ihre Fahrt. Wir ließen das Fallreep direkt ins Meer. Neptun betrat majestätisch das Deck. Die Besatzung trat vor ihm in voller Paradeuniform an, und er drückte jedem die Hand. Doch als die Reihe an mich und den Schiffskoch kam, packte er uns unvermutet und schleuderte uns direkt ins Meer! Wir brüllten aus Leibeskräften, aber wir wurden rasch eingefangen und unter allgemeinem Gelächter und Jubel aufs Schiff zurückgehievt. Wir standen da, naß, zerzaust und wütend. Aber Neptun schien das gar nicht zu bemerken. Er küßte uns herzlich und beglückwünschte uns zur Aufnahme in den Stand der Seeleute.

Erst da begriffen wir, worum es ging. Die Seeleute pflegen nämlich alle, die zum ersten Mal den Äquator überqueren, ins Meer zu werfen. Das nennen sie Äquatortaufe. Unsere Fregatte hatte nun gerade den Äquator passiert. Jetzt bin ich also ein echter Seebär.

Darauf tranken der Schiffskoch und ich ein Gläschen „Cocktail für Ertrinkende“ und liefen in die Kajüte, um uns umzukleiden.

27. Nullter

WER IST SCHNELLER?



Unsere Koordinaten betragen 80° w. L. und 10° n. Br.

Die Fregatte fuhr in die lange breite Schleuse eines Kanals ein. Wir standen am Heck und sahen zu, wie sich die Tore der Schleuse schlossen. Zuerst betrug der Abstand zwischen ihnen mindestens 30 Meter, dann verringerte er sich allmählich. Der Lichtstreifen zwischen ihnen wurde zu einem schmalen langen Spalt, wurde immer schmaler und verschwand schließlich ganz. Anders hätte es ja auch nicht sein können.

„Glaubst du wirklich?" fragte der Kapitän. „Vor 25 Jahrhunderten hat im antiken Griechenland ein Weiser mit Namen Zenon von Elea versucht zu beweisen, daß man einen Spalt immer schmaler werden, jedoch niemals vollständig verschwinden lassen kann. Zenon hat folgende Aufgabe formuliert: Der schnellfüßige Achilleus trat im Wettlauf gegen eine Schildkröte an. Da Achilleus zehnmal schneller als die Schildkröte laufen würde, sollte er ihr 100 Meter Vorsprung geben. Er mußte sie also 100 Meter vor sich aufstellen. Dann begann der Wettkampf. Als Achilleus die 100 Meter, die ihn von der Schildkröte trennten, gelaufen war, war sie nicht mehr an ihrer

Startstelle, sondern hatte sich 10 Meter vorwärtsbewegt. Achilleus lief auch diese 10 Meter. Die Schildkröte hatte sich indessen um 1 Meter vorwärtsbewegt. Achilleus bezwang auch diesen einen Meter, die Schildkröte hatte inzwischen 10 Zentimeter zurückgelegt. So verringerte sich der Abstand zwischen ihnen ständig. Zuerst betrug er einen Zentimeter, dann einen Millimeter, dann einen Zehntelmillimeter, einen Hundertstel-, Tausendstelmillimeter, einen Millionstel- und Milliardstelmillimeter ... Die Schildkröte war ständig ihrem Konkurrenten voraus. Wenn auch nur ganz wenig, aber sie war ihm voraus! So konnte der beste Läufer Griechenlands nicht das langsamste Geschöpf auf der Wert, die Schildkröte, einholen."

„Versteh ich nicht", sagte ich.

„Was verstehst du nicht?" fragte der Kapitän.

„Ich verstehe zwei Dinge nicht. Erstens, wo ist der Spalt?"

„Na, ganz einfach! In diesem Fall ist der Spalt der Abstand zwischen Achilleus und der Schildkröte, ein Abstand, der sich ständig verringert, aber niemals verschwindet."

„Das ist gerade das", unterbrach ich, „was ich zweitens nicht verstehe."

„Sehr schön, daß du das nicht verstehst", erwiderte der Kapitän. „Denn Zenon hat bei seinen Überlegungen einen logischen Fehler gemacht, der ihn zu einer falschen Schlußfolgerung führte.

Wenn Achilleus 100 Meter in, sagen wir, 10 Sekunden läuft, so läuft er in 20 Sekunden eine doppelt so lange Entfernung — 200 Meter. Die Schildkröte legt in 20 Sekunden nur 20 Meter zurück und bleibt folglich 80 Meter hinter Achilleus zurück."

Ich sagte, daß 20 Meter in 20 Sekunden für eine Schildkröte zu viel sei.

„Du meinst echte Schildkröten", entgegnete der Kapitän. „Aber das war doch eine Sachaufgabe. Zenon hatte sich die Schildkröte ausgedacht."

„Schön weise, da gibt's nichts! Sich so zu irren ..."

Der Kapitän strich sich nachdenklich den Bart.

„Ziehe keine voreiligen Schlüsse, Schiffsjunge. Zenon hatte sich natürlich geirrt. Aber er war der erste Gelehrte, der sich eine unendlich kleine Größe vorstellte, das heißt, eine Größe, die sich ständig der Null nähert, sie jedoch niemals erreicht. Da hat Zenon also sozusagen in der Wissenschaft jene Entdeckung vorweggenommen, die viel später, im 17. Jahrhundert, fast gleichzeitig zwei große Gelehrte gemacht haben: der Engländer Isaac Newton und der Deutsche Gottfried Wilhelm Leibniz. Diese Entdeckung aber bedeutete eine regelrechte Revolution in der Mathematik! Mit Hilfe von unendlich kleinen Größen gelang es den Wissenschaftlern, viele bis dahin ungelöste Aufgaben zu lösen. Vor allem aber — seit jener Zeit hat sich die Anwendung der Mathematik im praktischen Leben wesentlich erweitert. Übrigens ist die Erforschung der unendlich kleinen Größen bis heute eine der Hauptfragen, mit denen sich die moderne Wissenschaft befaßt."

„Dann sind Fehler manchmal also von Nutzen", sagte ich.

„Und ob!" nickte der Kapitän.

9 1400

FESTER BODEN

Wir fahren durch dicken Nebel. Kein Inselchen, keine Bucht, kein Hafen in Sicht ... Ich wurde richtig schwermütig und sagte, daß ich mich danach sehne, festen Boden unter die Füße zu bekommen.

„Schau, schau!" Der Kapitän blinzelte spöttisch. „Steht denn unsere Fregatte nicht auf festem Boden?"

So ein Witzbold! Der Schiffskoch und ich lachten.

„Ist die Mathematik etwa nicht jener feste Boden, auf dem sich die verschiedenartigsten Wissenschaften entwickeln?" fragte er. „Angefangen damit, daß die Mathematik als Hilfsmittel für die Astronomie entstanden ist. Die Astronomie aber ist die älteste Wissenschaft; die Menschen benötigen sie dringend."

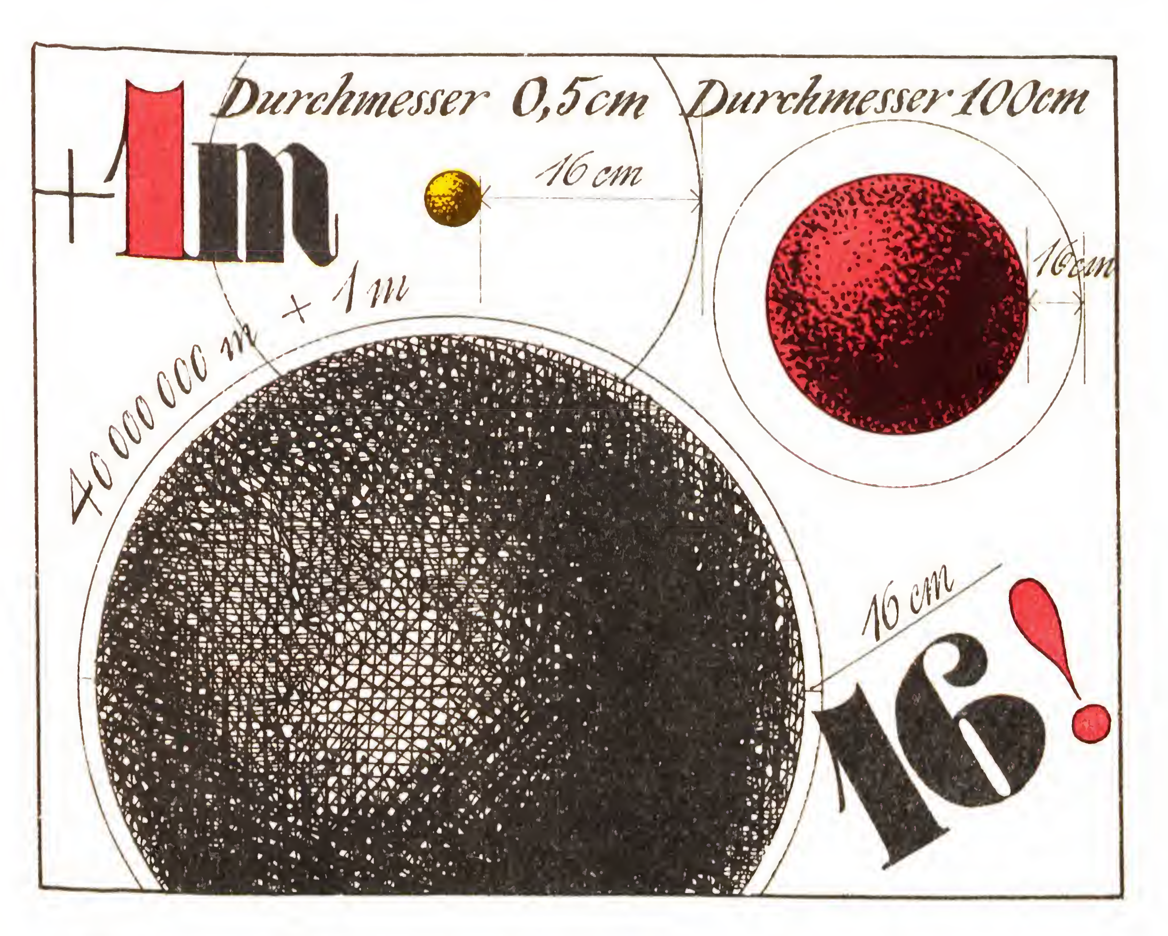
„Warum?" Ich war empört. „Die Astronomie untersucht die Himmelskörper, die Menschen aber leben auf der Erde."

„Aber die Erde ist auch ein Himmelskörper", entgegnete der Kapitän. „Folglich gibt es zwischen ihr und den anderen Himmelskörpern eine Verbindung. Das war es, was der Mensch im tiefen Altertum erkannte, als er es lernte, verschiedene Erscheinungen einander vergleichend gegenüberzustellen. Er sah, daß vieles, was sich auf der Erde und in der ihn umgebenden Natur vollzieht, damit verbunden ist, was am Himmel vor sich geht, — mit der Bewegung der Sonne beispielsweise. Der Mensch bemerkte, daß die Sonne immer an einer Seite des Himmels aufging und an einer anderen unterging. Abhängig davon, wurde es auf der Erde hell oder dunkel. Der Mensch lernte, nach dem Stand der Sonne die Tageszeit zu bestimmen und den Tag von der Nacht zu trennen. Ebenso unterteilte er nach der Bewegung der Sonne zwischen den Sternen sein Leben in Jahre und Monate. Die Sterne halfen ihm zu bestimmen, wann die Flüsse über ihre Ufer treten würden und wann man mit der Aussaat beginnen muß. Sie wiesen ihm den Weg auf hoher See. Deshalb habe ich gesagt, daß die Astronomie in jenen fernen Zeiten die lebensnotwendigste Wissenschaft gewesen ist. Aber die Astronomie konnte niemals ohne die Mathematik existieren. Ebensowenig übrigens wie auch die anderen Wissenschaften. Allmählich drang die Mathematik in die verschiedensten Bereiche der menschlichen Tätigkeit ein. Ohne sie wären weder Landvermessung, noch Schiffbau oder Handel denkbar. Heutzutage kommt überhaupt keine Wissenschaft ohne die Mathematik aus — Physik, Chemie, Medizin, Agronomie, Philosophie, Politökonomie ..."

„Statistik", fiel ich ein.

„Völlig richtig, und die Statistik. Sie alle sind undenkbar ohne Mathematik. Jetzt gebt ihr hoffentlich zu, daß die Mathematik wirklich der feste Boden für jede Wissenschaft und folglich für unser gesamtes Leben ist."

ZWEI ERBSEN



Den zweiten Tag kein Land in Sicht. Wasser, Wasser, Wasser ...

Der Kapitän beschloß unsere gestrige Unterhaltung fortzusetzen.

„Wir haben festgestellt", begann er, „daß wir heutzutage ohne Mathematik nicht mehr auskommen. Was aber ist notwendig, um sich ihrer zu bedienen?"

„Das Einmaleins!" platzte ich heraus.

„Das ist zu wenig." Der Kapitän schüttelte den Kopf. „Man muß sehr vieles wissen. Aber das wichtigste — man muß denken können. Und zwar nicht überhaupt denken, sondern mathematisch. Damit ihr versteht, was ich meine, will ich euch eine Aufgabe stellen. Denkt euch eine kleine Kugel, sagen wir, eine Erbse, die wir am Äquator mit einem Faden umgürten. Dann nehmen wir diesen Äquator von der Erbse ab, ziehen ihn gerade und verlängern ihn mit einem anderen Faden um einen Meter. Nun legen wir diesen verlängerten Faden so auf den Tisch, daß er einen Kreis bildet, und legen die Erbse in den Mittelpunkt des Kreises. Wir messen den Abstand zwischen ihnen. Ihr könnt mir aufs Wort glauben, daß er ungefähr 16 Zentime-

ter beträgt. Nun wiederholen wir diesen Versuch mit der Erdkugel.“

„Oho!“ rief Pi. „Die Erde ist doch keine Erbse!“

„Ihr habt doch Phantasie!“ sagte der Kapitän. „In Gedanken nehmen wir der Erde den Äquator ab und richten ihn gerade. Wir erhalten einen Faden von ungefähr 40 Millionen Meter Länge und verlängern ihn um einen Meter.“

„Nur um einen einzigen Meter?“

„Ja. Nun verbinden wir die Enden des um einen Meter verlängerten Äquators, verleihen ihm wieder die Form eines Kreises und streifen der Erdkugel diesen Kreis über. Wir müssen ihn halten, damit er nicht abrutscht, weil sich zwischen dem Äquator und der Erdkugel ein Abstand gebildet hat. Was meint ihr, wie groß mag er wohl sein?“

„Wahrscheinlich erkennt man ihn nicht einmal unter dem Mikroskop“, mutmaßte ich. „Was ist ein Meter im Vergleich zu vierzig Millionen!“

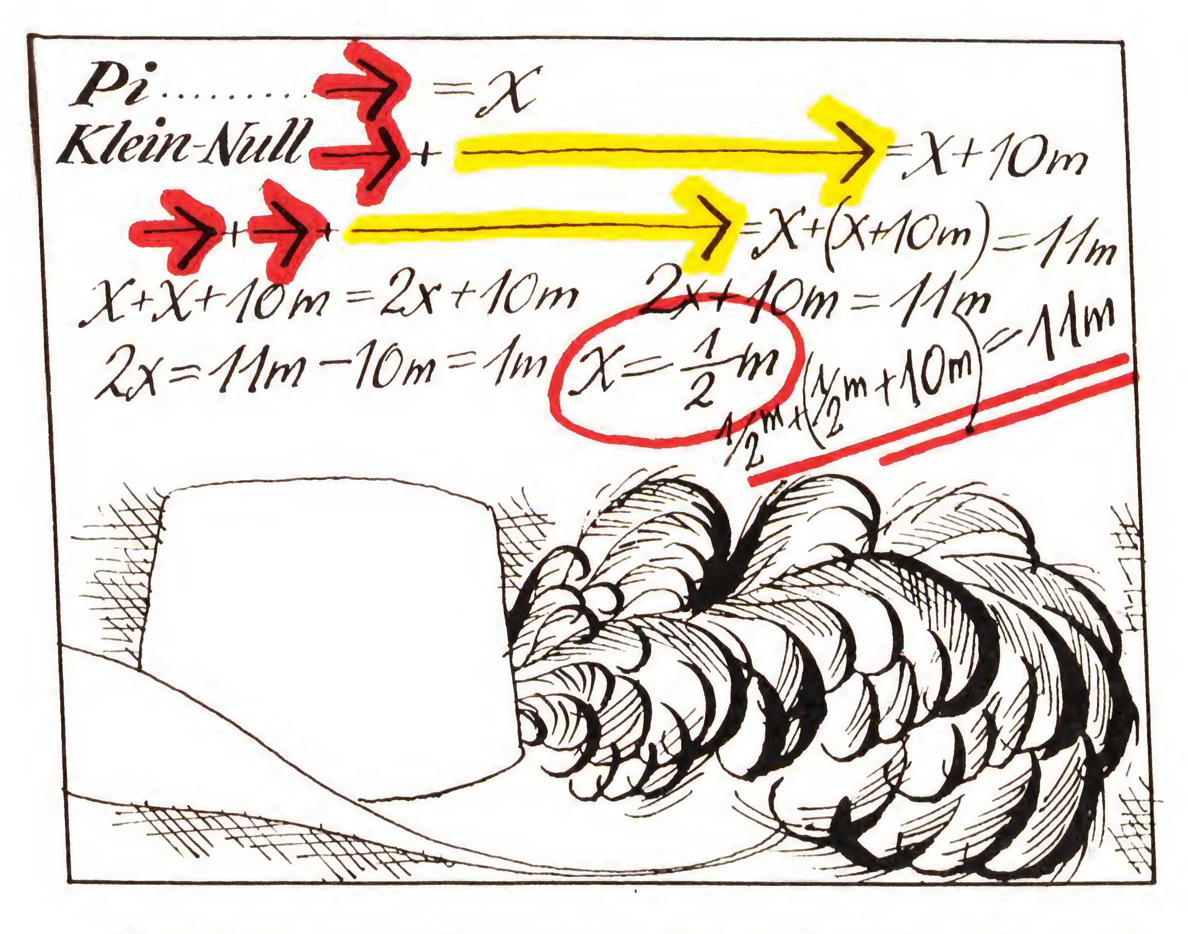
„Da sieht man, daß du noch nicht richtig mathematisch denken kannst“, sagte Eins. „Die Entfernung zwischen dem neuen, verlängerten, und dem früheren Äquator der Erde ist dieselbe: ungefähr 16 Zentimeter.“

Ich riß vor Staunen den Mund auf.

„Mach den Mund wieder zu, erinnere dich lieber, wie das Verhältnis des Kreisumfangs zu seinem Durchmesser oder Radius ist“, riet mir der Kapitän.

Wir baten ihn, uns das genauer zu erklären, er aber bestand darauf, daß wir diese Aufgabe allein lösen müssen. Damit wir nicht mit den Millionen durcheinander gerieten, empfahl er uns, eine Kugel mit einem Durchmesser von 100 Zentimetern zu nehmen. Zum Glück schlug Pi vor (er findet aus jeder Situation einen Ausweg), die Lösung dieser schweren Aufgabe auf die Zeit nach unserer Rückkehr zu verschieben. Ich unterstützte ihn natürlich. Da wir zu zweit waren, erwies sich der Kapitän in der Minderheit und war gezwungen, zu kapitulieren.

30. Nullter EIN FEDERHUT



Noch immer war kein Land in Sicht. Aber der Kapitän versicherte uns, daß wir morgen zweifellos an einer Küste vor Anker gehen würden und daß uns dort eine angenehme Überraschung erwarten werde.

Wir erhoben vor Freude einen fürchterlichen Lärm, schlugen Saltos und Purzelbäume auf Deck, machten Brücke und noch alles mögliche. Der Kapitän lachte.

„Ihr seid die reinsten Akrobaten“, sagte er schließlich. „Da können wir ja einen großen sportlichen Mathematik-Wettkampf veranstalten.“

Er zog einen riesigen, breitrandigen, weichen, schlohweißen Filzhut hervor. Auf dem Hut bewegte sich sanft eine gekräuselte Straußenfeder.

Der Schiffskoch und ich konnten den Blick gar nicht von diesem Hut wenden und freuten uns unbändig, als wir erfuhren, daß der Kapitän ihn uns schenken wollte. Allerdings sollten wir zuerst eine kinderleichte Aufgabe lösen.

„Ihr müßt 11 Meter auf den Händen laufen“, sagte der Kapitän. „Wobei einer von euch eine 10 Meter längere Distanz laufen muß. Damit keiner

zu kurz kommt, erhält der, welcher auf der größeren Distanz läuft, den Hut und derjenige, der die kürzere Distanz wählt, die Feder. Es geht einfach darum, daß beide Distanzen in der Summe genau 11 Meter betragen müssen."

Klar, daß jeder von uns den Hut haben wollte, deshalb losten wir. Ich hatte Glück, aber der Koch war nicht traurig, denn ihm gefiel die Feder sehr gut.

Wir machten Handstand. Der Kapitän gab das Zeichen, und der Wettkampf begann. Der Schiffskoch lief 1 Meter, ich lief 10 Meter. Insgesamt also 11 Meter und fertig!

Aber der Kapitän dachte gar nicht daran, uns die Preise auszuhändigen. Er sagte, daß wir die Wettkampfbedingungen nicht erfüllt hätten: Pi war 1 Meter gelaufen, und ich 10 Meter, also war meine Strecke nur 9 Meter länger. Ist das bedauerlich!

Wir überlegten, wie viele Meter jeder von uns hätte laufen müssen, um die Bedingung des Kapitäns zu erfüllen. Wir überlegten hin und her und gaben schließlich auf. Der wundervolle, weiche, zarte, schlohweiße und weiß-Gott-wie-noch Hut blieb im Besitz von Eins.

Vielleicht hilft uns einer von euch, daß wir ihn dennoch bekommen?

31. Nullter WIR FLIEGEN!

Ich stürze! Freunde!! Haltet an!!!
Die Fregatte verschwand in der Ferne.
Auf einer Ellipsenbahn
Flieg' ich, flieg' ich um die Erde!

Das habe ich erst später gedichtet, damals hatte ich keinen Sinn fürs Verseschmieden! Ich flog nämlich wirklich in den Weltraum, zusammen mit dem Schiffskoch und Kapitän Eins. Mit dem Raumschiff „Ellips-I". Diese Überraschung hatte der Kapitän gestern gemeint.

Im großen und ganzen habe ich mich mutig verhalten und während des gesamten Raumflugs kein einziges Mal gezittert. Sie hätten mich gar nicht so fest im Sessel anzubinden brauchen.

Den Schiffskoch hatten sie auch angebunden. Aber der Kapitän hatte es gut, der schwebte und tummelte sich in der Luft soviel er wollte!

Der Kapitän sagte, daß auch der Schiffskoch und ich etwas schweben könnten (selbstverständlich, wenn wir nicht festgebunden wären), weil wir uns im Zustand der Schwerelosigkeit befanden, das heißt, unser Gewicht verloren hatten. Wohin war es nur geraten? Hierher müßte mal meine Mutti, die Acht: Sie möchte so gern zehn Kilo abnehmen!

„Dafür braucht man nicht unbedingt in den Weltraum zu fliegen", sagte der Kapitän. „Man kann auch auf andere Weise Gewicht verlieren."

„Sie sprechen von Diätkost?" erkundigte sich Pi.

„Eher von Heilgymnastik", gab Eins ernsthaft zurück. „Um schwerelos zu werden, reicht es aus, wenn man vom Schrank springt. Allerdings währt diese Schwerelosigkeit nur so lange, bis du auf den Fußboden knallst. Jeder Körper verliert bis zum Aufprall auf die Erdoberfläche sein Gewicht. Er erhält sein Gewicht nur dann zurück, wenn unterwegs irgendein Hindernis auftaucht, das den Körper am Fallen hindert. Deshalb haben Galileis Kugeln, die von unterschiedlichem Gewicht waren, zur selben Zeit die Erde berührt: Beim Fallen wogen sie nichts."

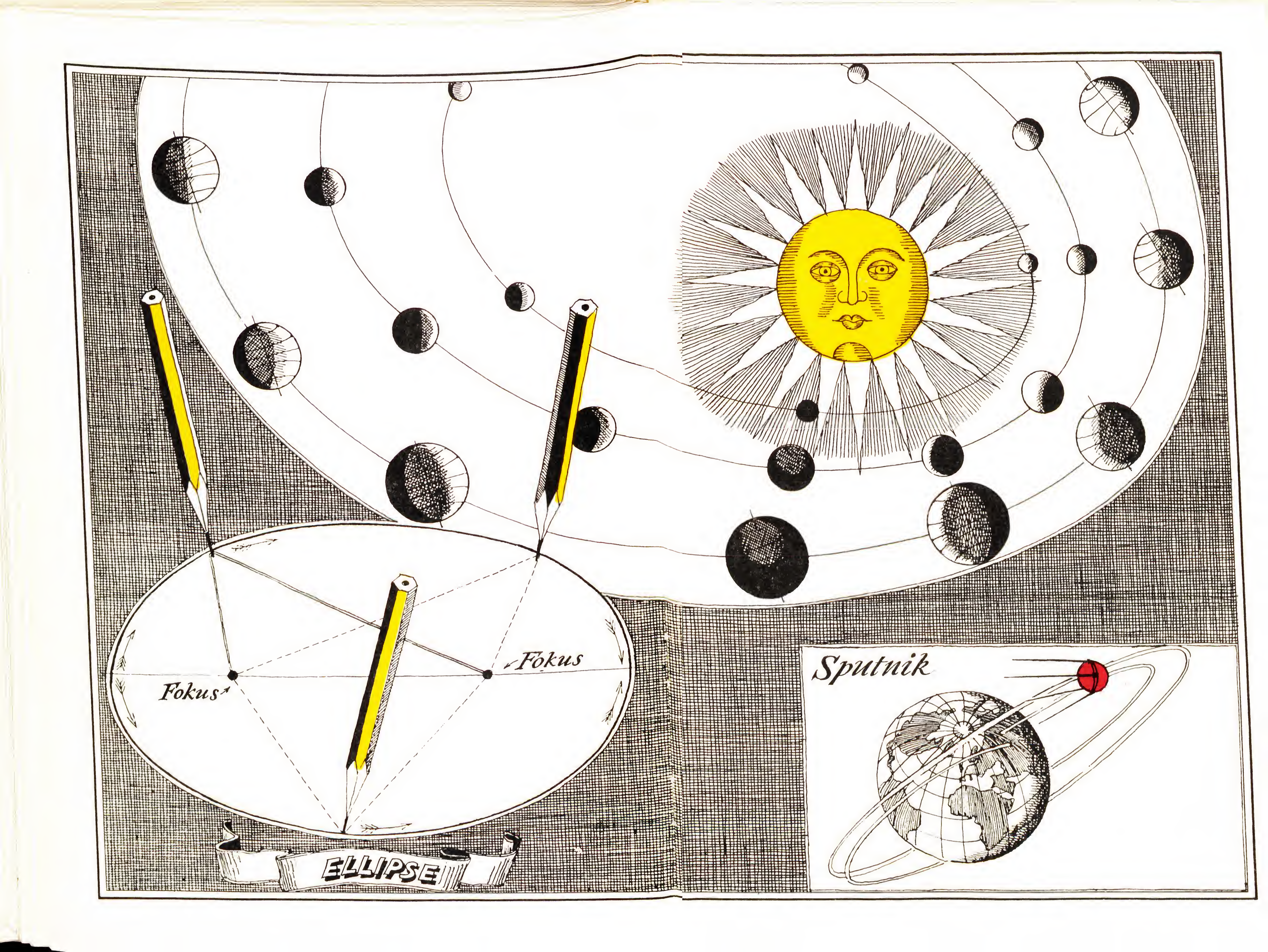
„Verstehe ich nicht!" sagte ich. „Eine Kugel fällt vom Turm auf die Erde. Sie ist aufgeprallt. Wohin soll es denn dann noch weiter gehen?"

Der Kapitän stemmte sich mit den Füßen gegen die Decke.

„Was heißt, wohin? Zum Erdmittelpunkt. Dahin lockt uns doch die Erdanziehung."

„Sie sagen", mischte sich Pi ein, „daß die Gewichtslosigkeit im freien Fall auftritt, aber wir fallen jetzt doch nirgendwohin."

Der Kapitän drehte sich vor Empörung in der Luft sogar um die eigene Achse.


Fokus
Fokus
ELLIPSE
Sputnik

„Wieso fallen wir nicht? Natürlich fallen wir. Jede Minute. Jede Sekunde. Ununterbrochen. Wenn wir nicht auf die Erde fallen würden, so wären wir schon längst zu irgendeinem fernen Stern geflogen. Und dann fliegen wir noch dorthin, wohin uns die Rakete den Auftrieb gegeben hat."

„Mit Ihnen ist schwer zu reden", seufzte ich. „Mal fallen wir auf die Erde, mal fliegen wir dorthin, wohin wir aufgetrieben werden."

„Richtig", nickte der Kapitän. „Wir fliegen gleichzeitig in zwei Richtungen, und beide sind einander entgegengesetzt. Es ist, als lägen sie im Streit miteinander. Das Raumschiff wählt, um beide nicht sonderlich zu kränken, weder die eine noch die andere, sondern eine dritte Richtung. So entsteht aus zwei Richtungen das, was als Umlaufbahn des Raumschiffs bezeichnet wird, das heißt, jene Kurve, auf der das Raumschiff gegenwärtig die Erde umkreist."

„Wahrscheinlich ist das ein Kreis!" sagte Pi.

Aber der Kapitän erwiderte, daß es kein Kreis, sondern eine Ellipse sei. Denn alle Planeten bewegen sich in einer Ellipse um die Sonne. Ebenso kreisen um die Planeten deren Satelliten auf Ellipsenbahnen. Da unser Raumschiff auch ein Erdsatellit (nur ein künstlicher) ist, bleibt uns nichts übrig, als ebenfalls auf einer Ellipsenbahn um die Erde zu kreisen.

„Doch die Menschen erkannten nicht sofort", fuhr der Kapitän fort, „daß sich die Planeten auf Ellipsenbahnen um die Sonne bewegen. Sie erkannten auch nicht, daß sich die Erde um die Sonne dreht. Es gab Zeiten, da dachte man, daß die Erde unbeweglich sei und sich alle Himmelskörper um sie drehten. Damals galt die Erde als Mittelpunkt des Alls. Doch der große polnische Astronom Nikolaus Kopernikus vermochte nachzuweisen, daß die Erde ebenso ein Himmelskörper ist wie die anderen Planeten, und daß sie alle, auch die Erde, um die Sonne kreisen, jeder auf seiner Bahn. Wie diese Umlaufbahnen aussehen, klärte allerdings nicht Kopernikus, sondern ein anderer, der große deutsche Astronom Johannes Kepler. Er war es, der feststellte, daß die Planeten sich auf Ellipsen um die Sonne bewegen."

Wir wollten natürlich sofort wissen, was eine Ellipse ist und wie sie aussieht. Aber der Kapitän sagte, daß er keine Ellipse aufzeichnen könne, wenn er Kopf stehe, versprach uns aber, es zu tun, wenn wir landen ... Verzeihung, wassern.

Als wir wieder auf der Fregatte waren, rief uns der Kapitän wirklich in seine Kajüte, wo schon ein Reißbrett mit einem aufgezogenen Bogen weißen Papiers bereitstand.

Der Kapitän nahm einen Faden, machte an beiden Enden einen Knoten, schob durch jeden Knoten eine ganz gewöhnliche Reißzwecke und befestigte sie in einem gewissen Abstand voneinander auf dem Papier, so daß sich der Faden nicht straffte, sondern locker auf dem Papier auflag. Dann nahm er einen scharf gespitzten Bleistift, spannte mit der Spitze den Faden und fuhr mit dem Bleistift, ohne den Faden zu lockern, über das Papier. Es entstand eine Figur, die Ähnlichkeit mit einem Hühnerei mit stumpfen Enden hatte.

„Da habt ihr eine Ellipse", sagte der Kapitän. „Ungefähr so einen Weg legt die Erde um die Sonne zurück."

„Und wo befindet sich die Sonne?" fragte ich. „Wahrscheinlich in der Mitte?"

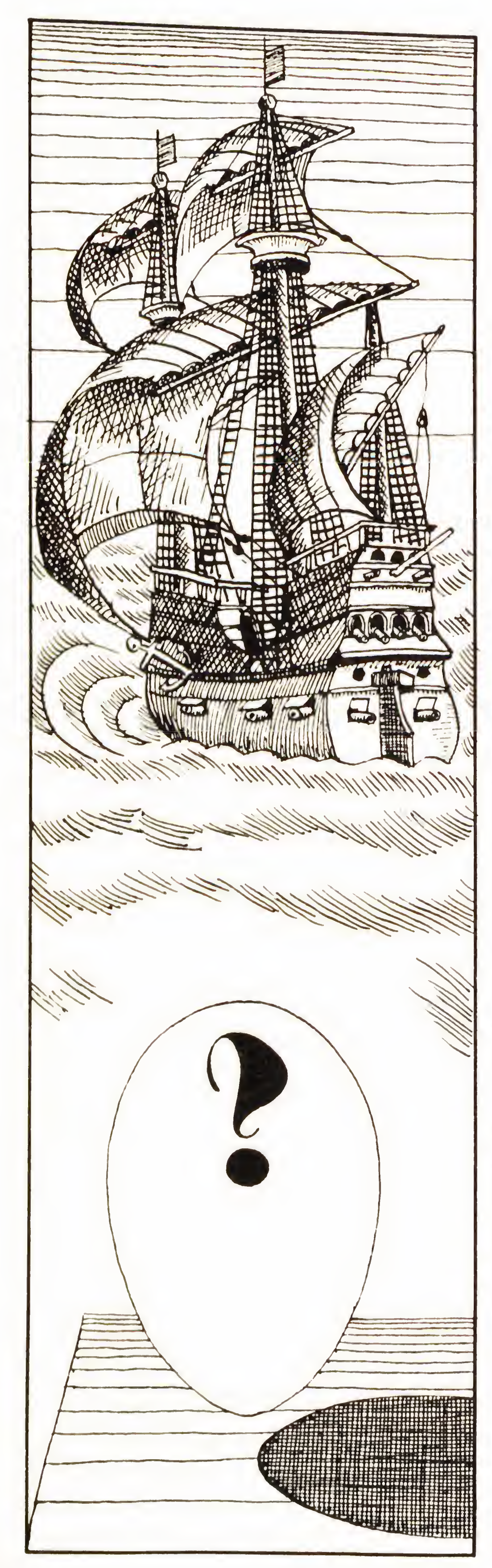
„Nein", entgegnete der Kapitän. „Die Sonne befindet sich in einem der Fokus der Ellipse."

„Der reinste Zirkus!" Ich lachte.

Aber der Kapitän bat, hier keinen Zirkus zu machen, und erklärte, daß so die Punkte heißen, wo er die Reißzwecken befestigt hatte, und daß „Fokus" aus dem Lateinischen komme und Brennpunkt oder in der Medizin auch „Herd" heiße.

„Nicht schlecht", meinte Pi versonnen. „Die Sonne ist ja wirklich ein heißer Herd, der unsere Erde erwärmt ..."

Anmerkung: Staunt nicht, daß auf den 31. der 32. folgt. Der nullte Monat hat 33 Tage!



32. Nullter DER LÖWE IN DER WÜSTE

Unsere Fahrt nähert sich dem Ende. Wir fahren durch den Golf des Humors.

„Ich hoffe, daß keiner fragen wird, was Humor mit Mathematik zu tun hat", sagte der Kapitän, als wir in den Golf einliefen. „Jedes Kleinkind weiß bekanntlich, daß Humor überall notwendig ist. Ihn braucht der Schriftsteller, der lustige Erzählungen schreibt, ebenso wie der Wissenschaftler, der schwierigste Forschungen unternimmt. Manche Leute denken, daß die Wissenschaftler alle todernst und langweilig sind. Ganz im Gegenteil! Sie lesen, hören Musik und lachen gern. Sie schätzen einen fröhlichen, geistreichen Scherz. Außerdem muß ich euch sagen: Ein Mensch, der mitunter 999 erfolglose Tests machen muß, um ein erfolgreiches Resultat zu erzielen, kann ohne Humor überhaupt nicht leben.

Je ernsthafter eine Arbeit ist, desto wichtiger ist es zuweilen, sie mit einem Lachen zu unterbrechen. Deshalb denken sich die Wissenschaftler gern die unmöglichsten Aufgaben aus, stellen lustige Fragen und finden geistreiche Antworten darauf. Witz und Findigkeit haben großen Menschen nicht selten in schwierigen Situationen geholfen."

„Sie meinen bestimmt Christoph Kolumbus", unterbrach Steuermann Ypsilon den Kapitän. „Bekanntlich wollte Kolumbus auf dem kürzesten

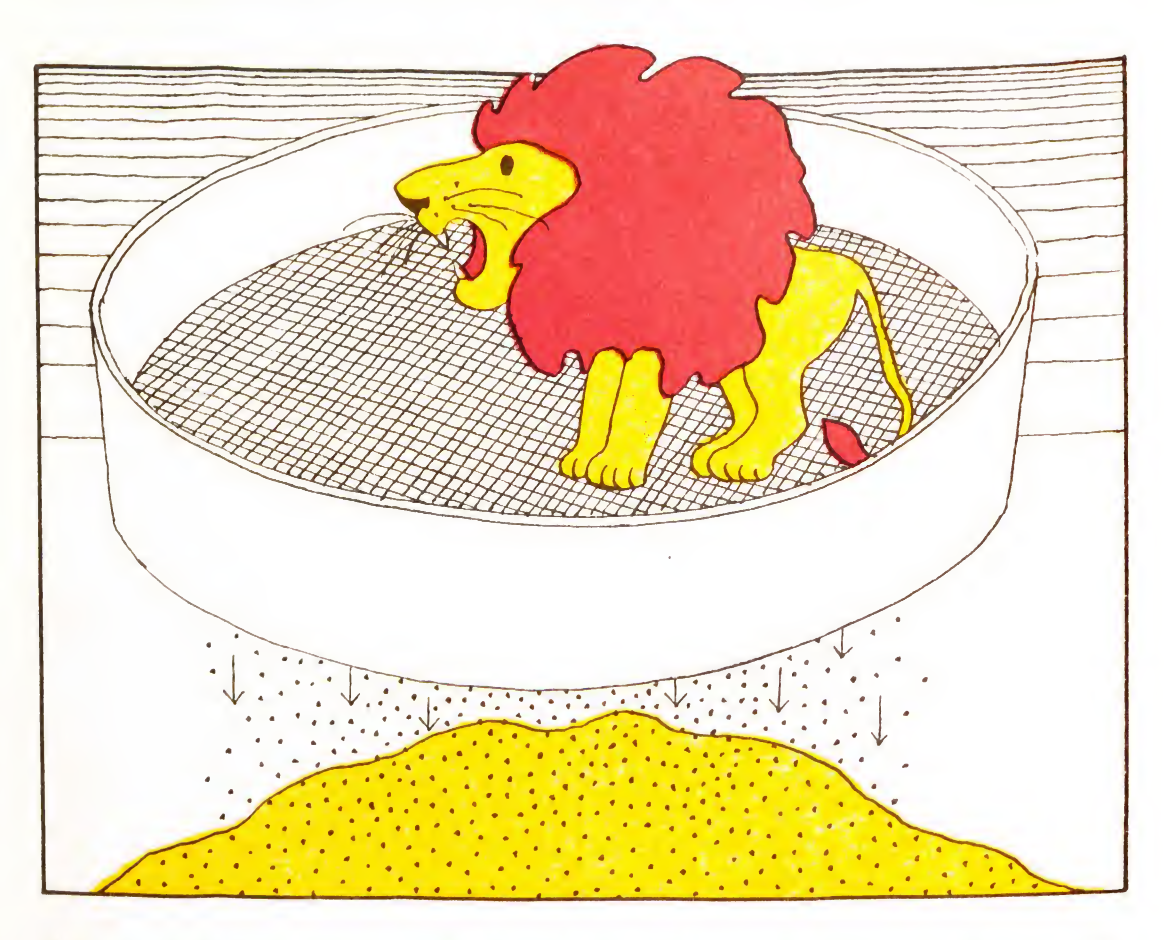
$1:2=\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}:2=\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}:2=\frac{1}{8}$

$\frac{1}{8}:2=\frac{1}{16}$

$\frac{1}{16}:2=\frac{1}{32}$



Weg nach Indien gelangen. Er beschloß, nicht nach Osten zu fahren, um Afrika herum, wie das früher alle gemacht hatten, sondern nach Westen, um auf diese Weise ein übriges Mal nachzuweisen, daß die Erde eine Kugel ist. Die Expedition war recht aufwendig. Doch die spanischen Würdenträger, an die er sich um Unterstützung wandte, eilten nicht, den verwegenen Seefahrer auszurüsten. Sie hielten das Unternehmen von Kolumbus für unsinnig. Sie dachten, daß, wenn man tatsächlich von Westen aus nach Indien gelangen könnte, schon längst jemand auf diesen Einfall gekommen wäre. Als Kolumbus ihre Argumente hörte, nahm er ein Hühnerei und bat jemanden der Versammelten, es mit der Spitze so auf den Tisch zu stellen, daß es nicht umfiele! Die Würdenträger versuchten es, aber vergeblich. Da stellte Kolumbus mit leichtem Druck das Ei mit der Spitze auf die Tischplatte. Die Schale platzte ein, und das Ei stand kerzengerade. ‚Seht', sprach Kolumbus, ‚bislang ist keiner auf diese Idee gekommen, dennoch ...' Seine Findigkeit blieb nicht ohne Wirkung, und er erhielt, worum er gebeten hatte. Seither ist das Ei des Kolumbus zu einem geflügelten Wort geworden. Übrigens gelangte Kolumbus mit seiner Expedition nicht nach Indien, wie er gedacht hatte, sondern landete in Amerika. Auf diese Weise wurde ein neuer Erdteil entdeckt, und schuld daran war ein Hühnerei!"

Als der Steuermann seine Erzählung beendet hatte, fielen allen haufenweise Anekdoten über Wissenschaftler ein. Nur mir wollte absolut nichts in

den Sinn kommen. Ich habe nämlich, müßt ihr wissen, unmittelber mit wissenschaftlichem Personal wenig zu tun. Schließlich erzählte ich aber doch, wie meine Mutter an einer wissenschaftlichen Physikerkonferenz teilgenommen hatte.

Man denke nur, da hatten sich bekannte Wissenschaftler eingefunden! Nach ernsthaften Disputen fingen sie an zu überlegen, wie man einen Löwen einfangen könne, der zufällig in die Wüste geraten ist. Ein Wissenschaftler schlug vor, ein Riesensieb zu nehmen und den ganzen Wüstensand durchzusieben. Auf diese Weise würde der Löwe zweifellos ins Sieb geraten, aus dem er um nichts auf der Welt hinauskriechen könne.

Ein zweiter Wissenschaftler schlug vor, die Wüste durch einen Zaun in zwei gleiche Hälften zu teilen. Klar, daß der Löwe sich in einer dieser Hälften aufhält. Diese Hälfte müsse wiederum in zwei Hälften unterteilt werden. Jetzt braucht der Löwe nur noch in einem Viertel der Wüste gesucht zu werden. Das aber ist schon wesentlich leichter! Das Viertel ist wiederum in die Hälfte zu unterteilen und so weiter, bis der abgeteilte Abschnitt so klein geworden ist, daß er gerade der Größe des Löwen entspricht. Dann kann man ihn sozusagen mit bloßen Händen fangen.

Der dritte Wissenschaftler ... Welche Methoden der dritte, vierte und alle übrigen Wissenschaftler vorgeschlagen hatten, habe ich vergessen. Aber der Kapitän meinte, daß diese zwei vollkommen ausreichend seien.

Wenn euch noch irgendwelche Möglichkeiten einfallen, so schreibt mir bitte!

Es macht doch großen Spaß, in der Wüste einen einsamen Löwen einzufangen!

33. Nullter DAHEIM!

Jetzt haben wir zum letzten Mal in der Bucht A, wo unsere Fahrt begonnen hat, Anker geworfen. Die Erde ist also doch rund!

Die Reise ist zu Ende. Ich sehe bereits die Küste, die Menschenmenge, die uns empfängt, und darunter meine liebe Mutter Acht. Sie hält Stags und Topps. Bloß mit den Köpfen nach unten. Die Affen sind unruhig, wahrscheinlich können sie es gar nicht erwarten, bis ich sie umarme.

Der Steuermann erteilt die letzten Anordnungen.

Der Kapitän nimmt Abschied von uns und vergißt nicht, uns daran zu erinnern, daß, wenn wir auch viel gelernt haben, dies nur ein Tropfen im Meer der Mathematik sei. Er wird bald wieder auf Fahrt gehen und verspricht, alle, die Lust haben, mitzunehmen.

Da klirrt schon die Ankerkette. Am Kai ertönen Hurra-Rufe, und die Besatzung stimmt das Abschiedslied an:

„Hinter uns liegen Meere und Ozeane,
Schnee, Sturm, Sonne haben uns gequält,
Wir sahen viele fremden Lande.
Nun sind wir wohlbehalten heimgekehrt.

Doch glaubt dem Matrosenschwur:
Wenn der Kapitän uns ruft,
Stehen wir alle parat
Zu großer Fahrt!
Zu großer Fahrt!
Zu großer Fahrt!“

Ende der Schiffsreise

1
у
π
о

1
у
π
о

